படலம் 6

நேரியச்சமமின்மைகள்

கணிதம் பல கருத்துகளை பல வழிகளில் சொல்லும் ஒரு கலை – மேக்குவல்

6.1 அறிமுகம்

முந்தைய வகுப்புகளில், ஒற்றை மாறியிலும் இரண்டு மாறிகளிலுமான சமன்பாடுகளை படித்தோம். மேலும் சில கூற்றுச்சிக்கல்களை சமன்பாடுகளின் வடிவத்தில் மாற்றியமைத்து தீர்த்தோம். இப்போது ஒரு இயல்பான கேள்வி எழுகிறது: 'ஒரு கூற்றுச்சிக்கலை ஒரு சமன்பாட்டின் வடிவத்தில் எப்போதும் மொழிபெயர்க்க இயலுமா? சான்றாக, உங்கள் வகுப்பிலுள்ள எல்லா மாணவர்களின் உயரமும் 160 செமீக்கும் குறைவாக உள்ளது. உங்கள் வகுப்பறையில் மீயதிகமாக 60 மேசைகளோ நாற்காலிகளோ இரண்டும் சேர்ந்தோ இருக்கலாம். இங்கு $<$ (குறைவு), $>$ (அதிகம்), $\leq$ (குறைவோ சமமோ), $\geq$ (அதிகமோ சமமோ) ஆகியவை அடங்கிய கூற்றுகளை பெறுகிறோம். இவற்றை சமமின்மைகள் என்கிறோம்.

இந்த படலத்தில், ஒற்றை மாறியிலும் இரண்டு மாறிகளிலுமான நேரியச்சமமின்மைகளை படிப்போம். சமமின்மைகளைப்பற்றிய ஆய்வறிதல் புள்ளியியல், பொருளாதாரம், உளவியல் போன்ற அறிவியற்புலங்களில் பல சிக்கல்களை தீர்ப்பதற்கு மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கிறது

6.2 சமமின்மைகள்

பின்வரும் சூழ்நிலைகளை கருத்தில் கொள்வோம்.

(அ) 1 கிலோ பொதியங்களில் கிடைக்கும் அரிசியை வாங்க ரவி ₹200உடன் சந்தைக்குச்செல்கிறார். அரிசியின் விலை ₹30. அவர் வாங்கும் அரிசிப்பொதியங்களின் எண்ணிக்கையை x குறிக்கிறது என்றால், அவர் செலவழித்த மொத்த தொகை ₹30இன் மடங்கு. அவர் அரிசியை பொதியங்களில் மட்டுமே வாங்க வேண்டும் என்பதால், அவரால் முழுத்தொகையான ₹200ஐ செலவழிக்க இயலாது *(ஏன்?).*

$$30x < 200 \qquad (6.1)$$

(6.1) ஆம் கூற்றில் சமக்குறி இல்லாததால், அது சமன்பாடன்று.

(ஆ) இரேசுமாவிடமுள்ள ₹120ஐ பயன்படுத்தி சில பதிவேடுகளையும் பேனாக்களையும் வாங்க விரும்புகிறார். ஒரு பதிவேட்டின் விலை ₹40; ஒரு பேனாவின் விலை ₹20. இந்த வேற்றுவத்தில், x இரேசுமா வாங்கும் பதிவேடுகளின் எண்ணிக்கையையும், y பேனாக்களின் எண்ணிக்கையையும் குறிக்கின்றன எனில், அவர் செலவழித்த மொத்தத்தொகை

$$₹\,(40x + 20y) \leq 120 \qquad (6.2)$$

இந்த வேற்றுவத்தில், செலவழித்த மொத்தத்தொகை ₹120 வரை இருக்கலாம். (6.2)ஆம் கூற்றில்

$$₹\,(40x + 20y) < 120 \qquad (6.3)$$

$$₹\,(40x + 20y) = 120 \qquad (6.4)$$

ஆகிய இரண்டு கூற்றுகள் அடங்குகின்றன. (6.3)ஆம் கூற்று ஒரு *சமன்பாடு அன்று*; அதாவது, இது ஒரு *சமமின்மை*. (6.4)ஆம் கூற்று ஒரு சமன்பாடு.

வரையறை 1 $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ ஆகியவற்றுள் ஒரு குறியீட்டால் தொடர்புண்ட இரண்டு மெய்யெண்களோ குறிக்கணிதக்கோவைகளோ ஒரு சமமின்மையை உண்டாக்குகின்றன.

மேலுள்ள (6.1), (6.2), (6.3) போன்ற கூற்றுகள் சமமின்மைகள்.

$3 < 5$, $7 > 5$ ஆகியவை எண்வழிச் சமமின்மையின் சான்றுகள்.

$x < 5$, $y > 2$, $x \geq 3$, $y \leq 4$ ஆகியவை சொல்வழிச்சமமின்மைகளின் சான்றுகள்.

$3 < 5 < 7$ (5 3ஐவிட அதிகமானதும் 7ஐவிட குறைவானதும் என்று வாசிக்கிறோம்*)*, $3 \leq x < 5$ (x 3ஐவிட அதிகமானதோ அதற்கு சமமானதோவும் 5ஐவிட குறைவானதும் என்று வாசிக்கிறோம்*)*, $2 < y \leq 4$ ஆகியவை இரட்டைச்சமமின்மைகளுக்கு சான்றுகள்.

சமமின்மைகளுக்கு மேலும் சில சான்றுகள்*:*

$$ax + b < 0 \qquad (6.5)$$

$$ax + b > 0 \qquad (6.6)$$

$$ax + b \leq 0 \qquad (6.7)$$

$$ax + b \geq 0 \qquad (6.8)$$

$$ax + by < c \qquad (6.9)$$
$$ax + by > c \qquad (6.10)$$
$$ax + by \leq c \qquad (6.11)$$
$$ax + by \geq c \qquad (6.12)$$
$$ax^2 + bx + c \leq 0 \qquad (6.13)$$
$$ax^2 + bx + c > 0 \qquad (6.14)$$

(6.5), (6.6), (6.9), (6.10), (6.14) ஆகிய சமமின்மைகள் இறுக்கமான சமமின்மைகள்; (6.7), (6.8), (6.11), (6.12), (6.13) ஆகியவை தொய்வான சமமின்மைகள். (6.5)முதல் (6.8)வரையானவை, $a \neq 0$ என்றபோது, x என்ற ஒற்றை மாறியில் நேரியச்சமமின்மைகள். (6.9)முதல் (6.12)வரையானவை $a \neq 0$, $b \neq 0$ என்றபோது, x, y ஆகிய இரண்டு மாறிகளில் நேரியச்சமமின்மைகள்.

சமமின்மைகள் (6.13)உம் (6.14)உம் நேரியமானவை அல்ல. (உண்மையில், $a \neq 0$ என்றபோது, இவை x என்ற மாறியில் ஈரடுக்குச் சமமின்மைகள்).

இந்த படலத்தில் ஒன்றோ இரண்டோ மாறிகள் உள்ள நேரியச்சமமின்மைகளை மட்டுமே நாம் படிப்போம்.

6.3 ஒற்றைமாறியுள்ள நேரியச்சமமின்மைகளின் குறிக்கணிதத்தீர்வுகளும் வரைபடக்குறிப்பீடுகளும்

*6.2*ஆம் பகுதியின் (6.1)ஆம் சமமின்மையில் கண்ட $30x < 200$ஐ கருதுவோம். இங்கு x அரிசிப்பொதியங்களின் எண்ணிக்கையை குறிக்கிறது. வெளிப்படையாக, x ஒரு எதிர்ம எண்ணாகவோ பின்னமாகவோ இருக்கவியலாது. இந்த சமமின்மையின் இடப்பக்கம் (இப) $30x$; வலப்பக்கம் (வப) 200. எனவே,

$x = 0$க்கு, $30 \times 0 = 0 < 200$; இது மெய்
$x = 1$க்கு, $30 \times 1 = 30 < 200$; இது மெய்
$x = 2$க்கு, $30 \times 2 = 60 < 200$; இது மெய்
$x = 3$க்கு, $30 \times 3 = 90 < 200$; இது மெய்
$x = 4$க்கு, $30 \times 4 = 120 < 200$; இது மெய்
$x = 5$க்கு, $30 \times 5 = 150 < 200$; இது மெய்
$x = 6$க்கு, $30 \times 6 = 180 < 200$; இது மெய்
$x = 7$க்கு, $30 \times 7 = 210 < 200$; இது பொய்

மேலுள்ள சூழ்நிலையில், சமமின்மையை மெய்க்கூற்றாக்கும் xஇன் மதிப்புகள் $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ஆகியவை என்பதை காண்கிறோம். இந்த xமதிப்புகளை சமமின்மையின் தீர்வுகள் என்றும், $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ என்ற கணத்தை அதன் தீர்வுக்கணம் என்றும் அழைக்கிறோம். அதாவது, ஒரு ஒற்றைமாறிச்சமமின்மையின் எந்தவொரு தீர்வும் அதை மெய்க்கூற்றாக்கும் மாறிமதிப்பு.

மேற்கண்ட சமமின்மையின் தீர்வை நாம் முயன்றுதேரும் முறையில் கண்டோம். இந்த முறை பயன்றிறனற்றது. அதற்கு அதிக நேரமாவதுடன், சிலநேரங்களில் இயலாதது. சமமின்மைகளை தீர்ப்பதற்கான சில அமைமுறையான சிறந்த செய்நுட்பங்கள் நமக்கு வேண்டும். அதற்கு முன், எண்வழிச்சமமின்மைகளின் மேலும் சில பண்புகளை அறிந்து அவற்றை சமமின்மைகளை தீர்க்கும்போது விதிகளாக பின்பற்றுவோம்.

நேரியச்சமன்பாடுகளை தீர்க்கும்போது பின்வரும் விதிகளை பின்பற்றியதை நினைவுகொள்வோம்.

விதி 1 ஒரு சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களிலும் சமமான எண்களை கூட்டலாம் (கழிக்கலாம்).

விதி 2 ஒரு சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களையும் ஒரே சுழியற்ற எண்ணால் பெருக்கலாம் (வகுக்கலாம்).

சமமின்மைகளை தீர்க்கும்போதும் இதே விதிகளை பின்பற்றுகிறோம்; ஆனால், *2*ஆம் விதியில், சமமின்மையின் இரு பக்கங்களையும் எதிர்மறை எண்ணால் பெருக்கும்போதோ வகுக்கும்போதோ சமமின்மையின் குறி மறுதிசையில் மாறுகிறது. (அதாவது,$<$ திசைமாறி $>$ஆகவும் $\leq$ திசைமாறி $\geq$ஆகவும் ஆகின்றன). இது கீழ்கண்ட பல சான்றுகளிலிருந்து தெளிவாகிறது.
$3 > 2$ என்றபோது $-3 < -2$

$-8 < -7$ என்றபோது, $(-8)(-2) > (-7)(-2)$, அதாவது $16 > 14$.

எனவே, ஒரு சமமின்மையை தீர்ப்பதற்கான பின்வரும் விதிகளை கூறுகிறோம்:

விதி 1 ஒரு சமமின்மையின் இரு பக்கங்களிலும் சமமின்மைக்குறியை பாதிக்காமல் சமமான எண்களை கூட்டவோ கழிக்கவோ செய்யலாம்.

விதி 2 சமமின்மையின் இரு பக்கங்களையும் ஒரே நேர்ம எண்ணால் பெருக்கவோ வகுக்கவோ செய்யலாம். ஆனால் இரு பக்கங்களையும் ஒரே எதிர்ம எண்ணால் பெருக்கவோ வகுக்கவோ செய்யும்போது சமமின்மையின் குறி திசைமாறுகிறது.

இப்போது, சில சான்றுகளை காண்போம்.

சான்று 1 *(i)* x இயலெண்ணாயிருக்கும்போது *(ii)* x முழுவெண்ணாயிருக்கும்போது, $30\,x < 200$ஐ தீர்க்க.

தீர்வு தீர்க்கவேண்டியது $30\,x < 200$. அதாவது, இரண்டாம் விதியால்

$$\frac{30x}{30} < \frac{200}{30}, \qquad x < 20/3$$

(i) x இயலெண்ணாயிருக்கும்போது, கூற்றை மெய்யாக்கும் xமதிப்புகள் $1, 2, 3, 4, 5, 6$.

சமமின்மையின் தீர்வுக்கணம் $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

(ii) x ஒரு முழுவெண்ணாயிருக்கும்போது, சமமின்மையின் தீர்வுகள்...
$-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$; தீர்வுக்கணம்

$\{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

சான்று 2 *(i)* x முழுவெண்ணாயிருக்கும்போது *(ii)* x மெய்யெண்ணாயிருக்கும்போது $5x - 3 < 3x + 1$ஐ தீர்க்க.

தீர்வு

$$5x - 3 < 3x + 1$$
$$5x - 3 + 3 < 3x + 1 + 3 \text{ (விதி 1)}$$
$$5x < 3x + 4$$
$$5x - 3x < 3x + 4 - 3x \text{ (விதி 1)}$$
$$2x < 4$$
$$\frac{2x}{2} < \frac{4}{2} \text{ (விதி 2)}$$
$$x < 2$$

(i) x முழுவெண்ணாயிருக்கும்போது சமமின்மையின் தீர்வுகள்

$\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1$

(ii) x மெய்யெண்ணாயிருக்கும்போது சமமின்மையின் தீர்வுகளை $x < 2$ தருகிறது, அதாவது, 2க்கு குறைவான எல்லா மெய்யெண்களும். எனவே, சமமின்மையின் தீர்வுக்கணம் $x \in (-\infty, 2)$.

இயலெண்களின் கணம், முழுவெண்களின் கணம், மெய்யெண்களின் கணம் ஆகியவற்றிலுள்ள சமமின்மைகளின் தீர்வுகளை நாம் கருதினோம். இனி, வேறுவிதமாக கூறாவிட்டால், இந்த படலத்திலுள்ள சமமின்மை களை மெய்யெண்களின் கணத்தில் தீர்ப்போம்.

சான்று 3 $4x + 3 < 6x + 7$ஐ தீர்க்க.

தீர்வு

$$4x + 3 < 6x + 7$$
$$4x - 6x < 7 - 3 \text{ (விதி 1)}$$
$$-2x < 4$$
$$x > -2 \text{ (விதி 2)}$$

அதாவது, 2ஐ விட அதிகமான எல்லா மெய்யெண்களும் சமமின்மையின் தீர்வுகள். எனவே, தீர்வுக்கணம் $(-2, \infty)$.

சான்று 4 தீர்க்க

$$\frac{5 - 2x}{3} \le \frac{x}{6} - 5$$

தீர்வு

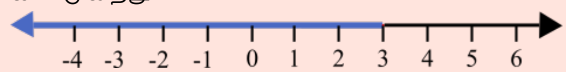
$$\frac{5 - 2x}{3} \le \frac{x}{6} - 5$$
$$2(5 - 2x) \le x - 30$$
$$10 - 4x \le x - 30$$
$$-5x \le -40; \quad x \ge 8$$

8க்கு சமமானதோ அதைவிட அதிகமானதோ வான எல்லா மெய்யெண்களும் தீர்வுகள். அதாவது $x \in [8, \infty)$.

சான்று 5 $7x + 3 < 5x + 9$ஐ தீர்த்து, எண்கோட்டில் தீர்வுகளின் வரைபடத்தை காட்டுக.

தீர்வு நம் சமமின்மை $7x + 3 < 5x + 9$; அதாவது, $2x < 6$; அதாவது, $x < 3$.

தீர்வுகளின் வரைபடக்குறிப்பீட்டை படம் 6.1 காட்டுகிறது.



படம் 6.1

சான்று 6

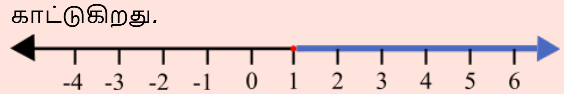
$$\frac{3x - 4}{2} \ge \frac{x + 1}{4} - 1$$

என்பதை தீர்த்து, எண்கோட்டில் தீர்வுகளின் வரைபடத்தை காட்டுக.

தீர்வு

$$\frac{3x - 4}{2} \ge \frac{x + 1}{4} - 1$$
$$\frac{3x - 4}{2} \ge \frac{x - 3}{4}$$
$$2(3x - 4) \ge (x - 3)$$
$$5x \ge 5; \; x \ge 1$$

தீர்வுகளின் வரைபடத்தை படம் 6.2 காட்டுகிறது.



படம் 6.2

சான்று 7 11ஆம் வகுப்பின் ஒரு மாணவர் முதல் இடைத்தேர்விலும் இரண்டாம் இடைத்தேர்விலும் பெற்ற மதிப்பெண்கள் முறையே 62உம் 48உம். சராசரியின் மீச்சிறுமமாக 60 மதிப்பெண்களை பெறுவதற்கு ஆண்டுத்தேர்வில் அவர் பெற வேண்டிய மீச்சிறும மதிப்பெண்களை காண்க.

தீர்வு ஆண்டுத்தேர்வில் மாணவர் பெறும் மதிப்பெண் x என்க. அப்படியெனில்,

$$(62 + 48 + x)/3 \ge 60$$
$$110 + x \ge 180$$
$$x \ge 70$$

ஆக, மாணவர் ஆண்டுத்தேர்வில் 70 மதிப்பெண்களுக்கு குறையாமல் பெற்றால், சராசரி 60க்கு குறையாமலிருக்கும்.

சான்று 8 10க்கு அதிகமானவையும் கூட்டுத்தொகை 40க்கு குறைவானதுமான இரண்டு அடுத்தடுத்த ஒற்றைப்படை இயலெண்களின் எல்லாச்சோடிகளையும் காண்க.

தீர்வு இரண்டு அடுத்தடுத்த ஒற்றைப்படை இயலெண்களில் சிறியதை x என்க. அப்படியெனில், மற்றது $x + 2$. நமக்குத்தெரிந்தவை

$$x > 10 \qquad (6.15)$$
$$x + (x + 2) < 40 \qquad (6.16)$$

(6.16)ஐ தீர்த்து

$$2x + 2 < 40$$
என்று பெறுகிறோம். அதாவது
$$x < 19 \qquad (6.17)$$
(6.15), (6.17)ஆகியவற்றிலிருந்து $10 < x < 19$ என்பதை பெறுகிறோம். x ஒற்றைப்படை என்பதால், அது $11, 13, 15, 17$ ஆகிய மதிப்புகளை எடுக்கலாம். எனவே, சாத்தியமான சோடிகள் $(11,13), (13,15), (15,17), (17,19)$.

பயிற்சி 6.1

1 கீழ்க்காணும் நிலைமைகளில் $24x < 100$ஐ தீர்க்க.
   a. x ஒரு இயலெண்
   b. x ஒரு முழுவெண்

2 கீழ்க்காணும் நிலைமைகளில் $-12x > 30$ஐ தீர்க்க.
   a. x ஒரு இயலெண்
   b. x ஒரு முழுவெண்

3 கீழ்க்காணும் நிலைமைகளில் $5x - 3 < 7$ஐ தீர்க்க.
   a. x ஒரு முழுவெண்
   b. x ஒரு மெய்யெண்

4 கீழ்க்காணும் நிலைமைகளில் $3x + 8 > 2$ஐ தீர்க்க.
   a. x ஒரு முழுவெண்
   b. x ஒரு மெய்யெண்

*5*முதல் 16வரையான பயிற்சிகளில், சமமின்மையை நிறைவேற்றும் xஇன் மெய்யெண்தீர்வுகளை காண்க.

5 $4x + 3 < 5x + 7$

6 $3x - 7 > 5x - 1$

7 $3(x - 1) \leq 2\,(x - 3)$

8 $3(2 - x) \geq 2\,(1 - x)$

9
$$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 11$$

10
$$\frac{x}{3} > \frac{x}{2} + 1$$

11
$$\frac{3(x-2)}{5} \leq \frac{5(2-x)}{3}$$

12
$$\frac{1}{2}\left(\frac{3x}{5} + 4\right) \geq \frac{1}{3}(x - 6)$$

13 $2(2x + 3) - 10 < 6\,(x - 2)$

14 $37 - (3x + 5) > 9x - 8\,(x - 3)$

15
$$\frac{x}{4} < \frac{(5x-2)}{3} - \frac{(7x-3)}{5}$$

16
$$\frac{(2x-1)}{3} \geq \frac{(3x-2)}{4} - \frac{(2-x)}{5}$$

17முதல் 20வரையான பயிற்சிகளில் சமமின்மைகளை தீர்த்து ஒவ்வொரு தீர்வின் வரைபடத்தையும் எண்கோட்டில் காட்டுக.

17 $3x - 2 < 2x + 1$

18 $5x - 3 \geq 3x - 5$

19 $3(1 - x) < 2(x + 4)$

20
$$\frac{x}{2} \geq \frac{(5x-2)}{3} - \frac{(7x-3)}{5}$$

21 முதல் இரண்டு தேர்வுகளில் இரவி *70, 75* ஆகிய மதிப்பெண்களை பெற்றார். சராசரியாக 60க்கு குறையாமல் மதிப்பெண்களை பெற மூன்றாவது தேர்வில் அவர் பெற வேண்டிய மீக்குறைந்த மதிப்பெண்களை காண்க.

22 படிப்பில் *A* என்ற தரவகையைப்பெற ஐந்து தேர்வுகளில் (ஒவ்வொன்றும் *100* மதிப்பெண்கள்) சராசரியாக *90* மதிப்பெண்களுக்கு குறையாமல் பெற வேண்டும். முதல் நான்கு தேர்வுகளில் சுனிதாவின் மதிப்பெண்கள் $87, 92, 94, 95$ எனில், சுனிதா ஐந்தாம் தேர்வில் பெற வேண்டிய மீக்குறைந்த மதிப்பெண்களை காண்க.

23 10ஐவிட குறைவாகவும் கூட்டுத்தொகை 11ஐவிட அதிகமாகவும் உள்ள அடுத்தடுத்த ஒற்றைப்படை நேர்ம முழுவெண்களின் எல்லாச்சோடிகளையும் காண்க.

24 5ஐவிட அதிகமாகவும் கூட்டுத்தொகை 23க்கு குறைவாகவும் உள்ள அடுத்தடுத்த இரட்டைப்படை நேர்ம முழுவெண்களின் எல்லாச்சோடிகளையும் காண்க.

25 ஒரு முக்கோணத்தின் மீநீளமான பக்கம் மீக்குறும்பக்கத்தின் 3 மடங்கு; மூன்றாவது பக்கம் மீநீளமான பக்கத்தை விட 2 செமீ குறைவானது. முக்கோணத்தின் சுற்றளவு 61 செமீக்கு குறையாமலிருந்தால், மீக்குறும்பக்கத்தின் மீக்குறைவான நீளத்தை காண்க.

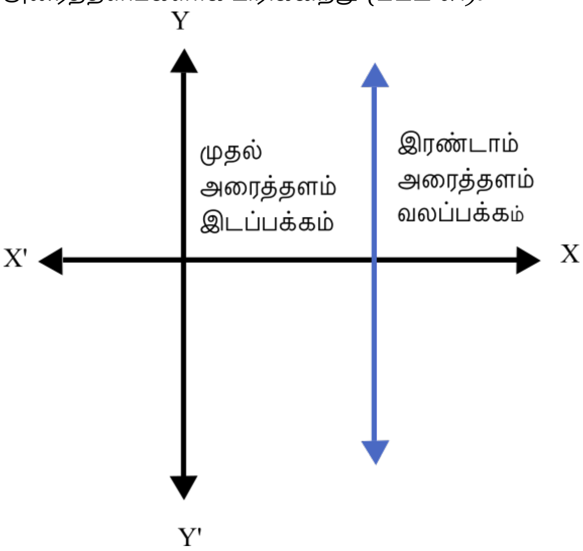
26 ஒரு மனிதன் $91\,cm$ நீளமுள்ள ஒரு பலகையிலிருந்து மூன்று நீண்ட பகுதிகளை வெட்ட விரும்புகிறான். இரண்டாவது பகுதியின் நீளம் மீக்குறும்பகுதியைவிட 3 செமீ அதிகமாகவும், மூன்றாவது பகுதி மீக்குறும்பகுதியின் இரண்டு மடங்காகவும் இருக்க வேண்டும். மூன்றாவது

பகுதி இரண்டாவது பகுதியைவிட மீச்சிறுமமாக 5 செமீ அதிகமாக இருக்கவேண்டும் எனில், மீக்குறும்பலகையின் சாத்தியமான நீளங்கள் யாவை? [உதவி: x மீக்குறும்பலகையின் நீளம் எனில், $(x+3)$, $2x$ ஆகியவை முறையே இரண்டாவது, மூன்றாவது துண்டுகளின் நீளங்கள். எனவே, $x+(x+3)+2x \leq 91, 2x \geq (x+3)+5$].

6.4 இரண்டு மாறிகளிலுள்ள நேரியச்சமமின்மைகளின் வரைபடத்தீர்வுகள்

ஒரு மாறியுள்ள சமமின்மையை கண்ணால் காணவும் அதன் தீர்வுகளை குறிப்பிடவும் வரைபடம் உதவுவதை முந்தைய பகுதியில் கண்டோம். இப்போது, இரண்டு மாறிகளுள்ள ஒரு நேரியச்சமமின்மையின் வரைபடத்தை உரையளிப்போம்.

ஒரு கோடு காருட்டீசியத்தளத்தை இரண்டு பகுதிகளாக பிரிப்பதை நாம் அறிவோம். ஒவ்வொரு பகுதியையும் அரைத்தளம் என்று அழைக்கிறோம். ஒரு செங்குத்துக்கோடு தளத்தை இடது, வலது அரைத்தளங்களாக பிரிக்கிறது (படம் 6.3); செங்குத்து அல்லாத கோடு தளத்தை கீழ், மேல் அரைத்தளங்களாக பிரிக்கிறது (படம் 6.4).



படம் 6.3

காருட்டீசியத்தளத்தில் ஒரு புள்ளி கோட்டிலோ, I, II என்று குறித்த அரைத்தளங்களுள் ஒன்றிலோ இருக்கவேண்டும். இப்போது தளத்தின் புள்ளிகளுக்கும் $ax+by<c$, $ax+by>c$ போன்ற சமமின்மைகளுக்குமுள்ள உறவை ஆராய்வோம்.

$$ax+by=c \quad a \neq 0, b \neq 0 \qquad (6.18)$$

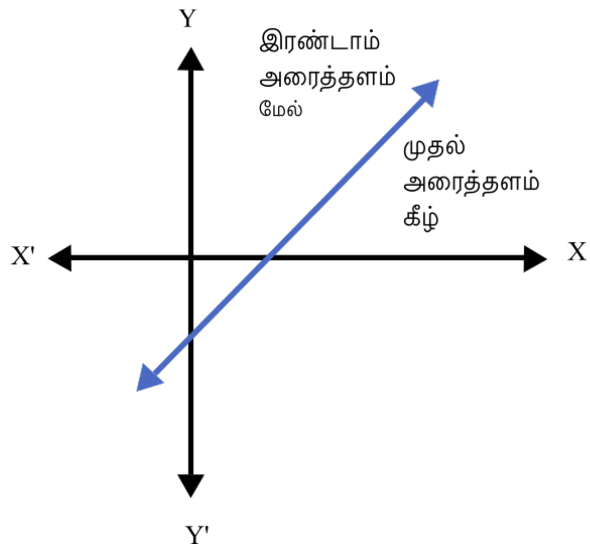
என்ற கோட்டை கருதுக. மூன்று சாத்தியக்கூறுகள் உள்ளன. அவை

$$ax+by=c \qquad (6.19)$$

$$ax+by>c \qquad (6.20)$$

$$ax+by<c \qquad (6.21)$$

(6.19)ஆம் சமன்பாட்டை நிறைவேற்றும் (x,y) என்ற எல்லாப்புள்ளிகளும் அந்த சமன்பாடு குறிக்கும் கோட்டில் உள்ளன; திருப்பியவாறும்.

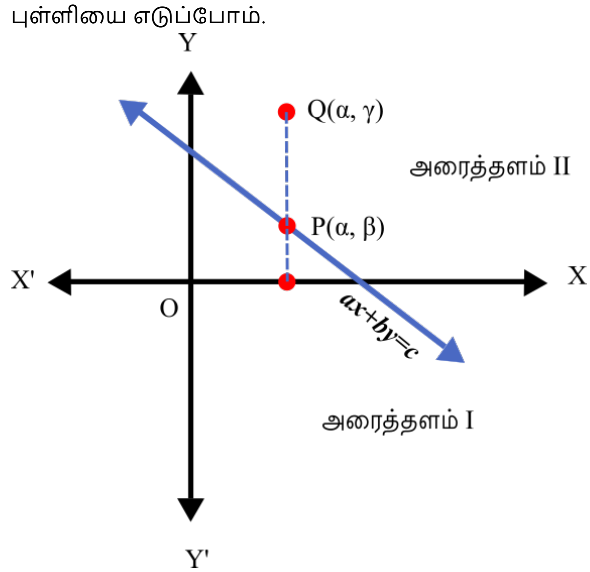


படம் 6.4

முதலில் $b>0$ என்ற வேற்றுவத்தை கருதுவோம். (6.19)ஆம் சமன்பாட்டின், $ax+by=c, b>0$ என்ற கோட்டிலுள்ள $P(\alpha,\beta)$ என்ற புள்ளியை கருதுவோம். அந்த புள்ளிக்கு,

$$a\alpha+b\beta=c$$

இப்போது, படம் 6.5இல் II என்று குறித்த அரைத்தளத்தில் $Q(\alpha,\gamma)$ என்ற ஒரு குறிப்பற்ற புள்ளியை எடுப்போம்.



படம் 6.5

படத்திலிருந்து, $\gamma>\beta$ என்று அறிகிறோம்.

அப்படியெனில், $b\gamma>b\beta$

$$\Rightarrow a\alpha + b\gamma > a\alpha + b\beta$$

$$\Rightarrow a\alpha + b\,\gamma > c$$

அதாவது, $Q(\alpha,\gamma)$ என்ற புள்ளி $ax + by > c$ என்ற சமமின்மையை நிறைவேற்றுகிறது.

$ax + by = c$ என்ற கோட்டுக்கு மேலுள்ள IIஆம் அரைத்தளத்தின் எல்லாப்புள்ளிகளும் $ax + by > c$ என்ற சமமின்மையை நிறைவேற்றுகின்றன.

திருப்பியவாறு, (α,β) என்ற புள்ளி $ax + by = c$ என்ற கோட்டிலுள்ளதாகவும், $Q(\alpha,\gamma)$ என்ற குறிப்பற்ற புள்ளி $ax + by > c$ஐ நிறைவேற்றுவதாகவும் கொள்க. அப்படியெனில்,

$$a\alpha + b\gamma > c$$

$$\Rightarrow a\alpha + b\gamma > a\alpha + b\beta$$

$$\Rightarrow \gamma > \beta \ (b > 0 \text{ என்பதால்})$$

இதன் பொருள் $(\alpha\,,\gamma)$ IIஆம் அரைத்தளத்தில் உள்ளது என்பது.

இதைப்போலவே, Iஆம் அரைத்தளத்திலுள்ள புள்ளிகள் (6.21)ஆம் சமமின்மையை நிறைவேற்றுவதும் திருப்பியவாறும் தெளிவு.

$b < 0$ என்ற வேற்றுவத்தில், (6.20)ஆம் சமமின்மையை நிறைவேற்றும் எந்தப்புள்ளியும் Iஆம் அரைத்தளத்திலும் (6.21)ஆம் சமமின்மையை நிறைவேற்றும் எந்தப்புள்ளியும் IIஆம் அரைத்தளத்திலும் உள்ளன என்பதையும் இவற்றின் திருப்புக்கூற்றுகளையும் நிறுவலாம்.

எனவே, $ax + by < c$ஐ நிறைவேற்றும் எல்லாப் புள்ளிகளும் $b > 0$ஆ, $b < 0$ஆ என்பதைச்சார்ந்து முறையே IIஆம் அரைத்தளத்திலோ Iஆம் அரைத்தளத்திலோ கிடக்கின்றன என்ற முடிபை பெறுகிறோம்.

$ax + by > c$ என்ற சமமின்மையின் வரைபடம் அரைத்தளங்களுள் ஒன்று; இதை தீர்வுவட்டாரம் என்றழைத்து அந்த அரைத்தளத்தை நிழலிட்டு காட்டுகிறோம்.

குறிப்புகள்

1 சமமின்மையின் எல்லாத்தீர்வுகளும் அடங்கிய வட்டாரத்தை தீர்வுவட்டாரம் என்கிறோம்.

2 சமமின்மை குறிக்கும் அரைத்தளத்தை அடையாளங்காண, கோட்டில் இல்லாத (a,b) என்ற ஏதோவொரு புள்ளியை எடுத்து அது சமமின்மையை நிறைவேற்றுகிறதா என்று பார்ப்பது போதுமானது. அது நிறைவேற்றினால், சமமின்மை இந்த அரைத்தளத்தையே குறிக்கிறது; இந்த புள்ளி அடங்கிய அரைத்தளத்தை நிழலிடுக. இல்லாவிட்டால், இந்தப் புள்ளி இல்லாத அரைத்தளத்தை சமமின்மை குறிக்கிறது. $(0,0)$ என்ற புள்ளியை எடுப்பது வசதியானது.

3 சமமின்மை $ax + by \geq c$ என்ற வகையிலோ $ax + by \leq c$ என்ற வகையிலோ இருந்தால், $ax + by = c$ என்ற கோட்டிலுள்ள புள்ளிகளும் தீர்வில் சேர்கின்றன. எனவே ஒரு திண்கோட்டையும் தீர்வுவட்டாரத்தில் வரைந்துகொள்க.

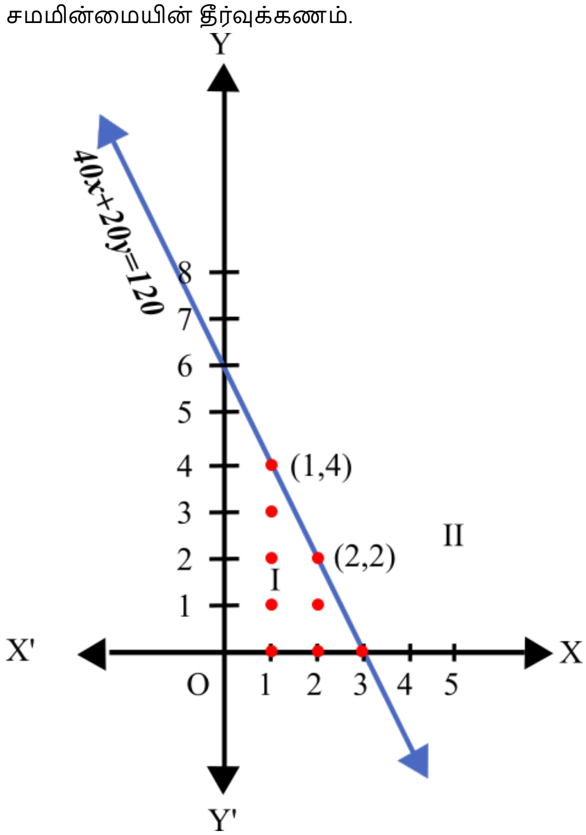
4 சமமின்மை $ax + by > c$ என்ற வகையிலோ $ax + by < c$ என்ற வகையிலோ இருந்தால், $ax + by = c$ என்ற கோட்டிலுள்ள புள்ளிகள் தீர்வில் சேரவில்லை. இதைக்காட்ட கோட்டை ஒரு பிரிகோடாகவோ புள்ளிக் கோடாகவோ வரைக.

*6.2*ஆம் பகுதியில் இரேசுமா பதிவேடுகளையும் பேனாக்களையும் வாங்கிய சொற்சிக்கலை குறியீட்டில் எழுதியபோது, x, y ஆகிய இரண்டு மாறிகளில்

$$40x + 20y \leq 120 \qquad (6.22)$$

என்ற நேரியச்சமமின்மையை பெற்றோம்.

பொருள்களின் எண்ணிக்கை பின்னமாகவோ எதிர்மமாகவோ இருக்கவியலாது என்பதால், x, y முழுவெண்கள் என்பதை மனதிற்கொண்டு, இப்போது இந்த சமமின்மையை தீர்ப்போம். இந்த வேற்றுவத்தில், மேற்கண்ட கூற்றை மெய்யாக்கும் x, y மதிப்புகளின் சோடிகளை காண விரும்புகிறோம். அத்தகைய சோடிகளின் கணம் (6.22)ஆம் சமமின்மையின் தீர்வுக்கணம்.



படம் 6.6

$x = 0$ என்று தொடங்குவோம். அப்படியெனில் (6.22)இன் இடப்பக்கம்

$$40x + 20y = 40 \times 0 + 20y = 20y$$

$$20y \leq 120 \text{ அதாவது } y \leq 6 \qquad (6.23)$$

$x = 0$த்துடன் தொடர்புடைய yமதிப்புகள் $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ஆகியவை மட்டுமே. இந்த வேற்றுவத்தில், (6.22)இன் தீர்வுகள் $(0, 0), (0, 1), (0,2), (0,3), (0,4), (0, 5), (0, 6)$.

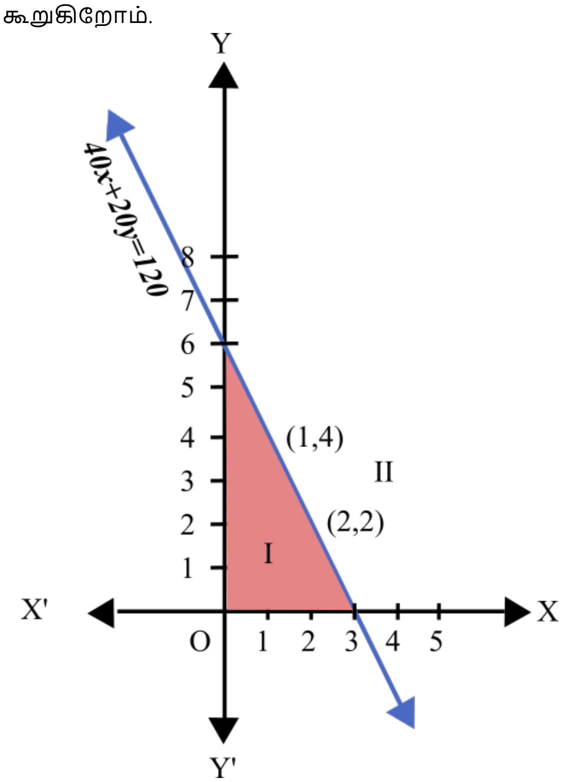
இதைப்போல, $x = 1, 2, 3$ என்றிருக்கும்போது, (6.22)இன் பிற தீர்வுகள்$(1, 0)$, $(1, 1)$, $(1, 2)$, $(1,3)$, $(1, 4)$, $(2, 0)$, $(2, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 0)$ ஆகியவை. இதை படம் 6.6 காட்டுகிறது.

இப்போது x, y ஆகியவற்றின் **களத்**தை முழுவெண்களிலிருந்து மெய்யெண்களுக்கு நீட்டி, இந்த வேற்றுத்தில் (6.22)இன் தீர்வுகள் என்ன என்பதை பார்ப்போம். இங்கு வரைபடத்தீர்வுமுறை மிகவும் வசதியாவதை காண்போம். இந்த நோக்கத்துடன், நிகரான சமன்பாட்டை கருதி அதன் வரைபடத்தை வரைவோம்.

$$40x + 20y = 120 \qquad (6.24)$$

(6.24)ஆம் சமமின்மையின் வரைபடத்தை வரைய Iஆம் அரைத்தளத்திலுள்ள ஏதாவதொரு புள்ளியை எடுத்து அதன் x, yமதிப்புகள் சமமின்மையை நிறைவேற்றுகின்றனவா இல்லையா என்று காணவேண்டும். நாம் $(0,0)$ என்ற புள்ளியை எடுப்போம்.

$x = 0, y = 0$ சமமின்மையை நிறைவேற்றுவதை காண்கிறோம். எனவே, Iஆம் அரைத்தளம் சமமின்மையின் வரைபடம் (படம் 6.7) என்று கூறுகிறோம்.



படம் 6.7

கோட்டிலுள்ள புள்ளிகளும் (6.22)ஆம் சமமின்மையை நிறைவேற்றுவதால், கோடு வரைபடத்தின் ஒரு பகுதி.

எனவே, சமமின்மையின் வரைபடம் கோட்டை உள்ளடக்கிய Iஆம் அரைத்தளம். IIஆம் அரைத்தளம் வரைபடத்தின் பகுதியாக இல்லாதது தெளிவு. எனவே, (6.22)ஆம் சமமின்மையின் தீர்வுகள் அதன் வரைபடத்தின் எல்லா புள்ளிகளும் (கோடு உட்பட்ட Iஆம் அரைத்தளம்).

இரண்டு மாறிகளடங்கிய ஒரு நேரியச் சமமின்மையை தீர்ப்பதற்கான செய்முறையை விளக்க சில சான்றுகளை இப்போது காண்போம்.

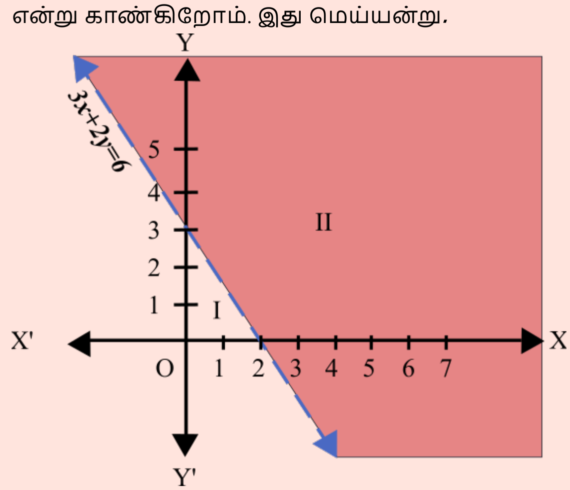
சான்று 9 $3x + 2y > 6$ஐ வரைபடத்தின்மூலம் தீர்க்க.

தீர்வு $3x + 2y = 6$இன் வரைபடத்தை படம் 6.8 புள்ளியிட்ட கோடாக காட்டுகிறது.

இந்த கோடு xyதளத்தை I, II என்ற இரண்டு அரைத்தளங்களாக பிரிக்கிறது. கோட்டில் இல்லாத ஒரு புள்ளியை தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். நாம் ஒரு அரைத்தளத்திலுள்ள $(0,0)$த்தை தேர்வோம். இது சமமின்மையை நிறைவுசெய்கிறதா என்பதை தீர்மானிக்க வேண்டும். இந்த புள்ளியில்

$$3 \times 0 + 2 \times 0 > 6 \text{ அதாவது } 0 > 6$$

என்று காண்கிறோம். இது மெய்யன்று.



படம் 6.8

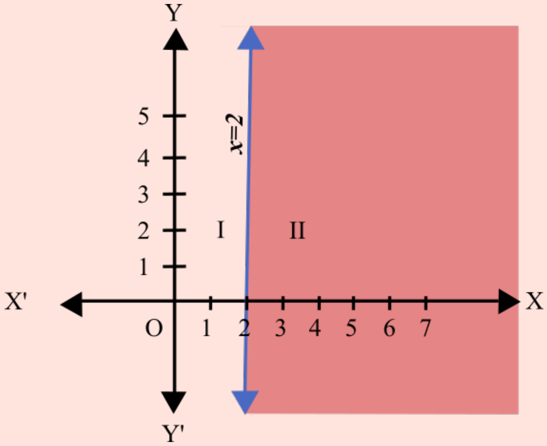
எனவே, I கருத்திலுள்ள சமமின்மைக்கான தீர்வுவட்டாரமன்று. கோட்டின் எந்தப்புள்ளியும் இந்த இறுக்கமான சமமின்மையை நிறைவேற்றாது என்பது தெளிவு. வேறுவிதமாகச்சொன்னால், கோட்டிலுள்ள புள்ளிகளை தவிர்த்த நிழலிட்ட II சமமின்மையின் தீர்வுவட்டாரம்.

சான்று 10 $3x - 6 \geq 0$ஐ இரு பரிமாண தளத்தில் வரைபடத்தின்மூலம் தீர்க்க.

தீர்வு $3x - 6 = 0$இன் தீர்வுவரைபடத்தை படம் 6.9 தருகிறது.

$(0,0)$ என்ற புள்ளியை தேர்ந்தெடுத்து கொடுத்த சமமின்மையில் இட்டால்

$3(0) - 6 \geq 0$; அதாவது $-6 \geq 0$
என்று காண்கிறோம். இது மெய்யன்று. எனவே, தீர்வுவட்டாரம் $x = 2$ என்ற கோட்டின் வலப்பக்கம்.



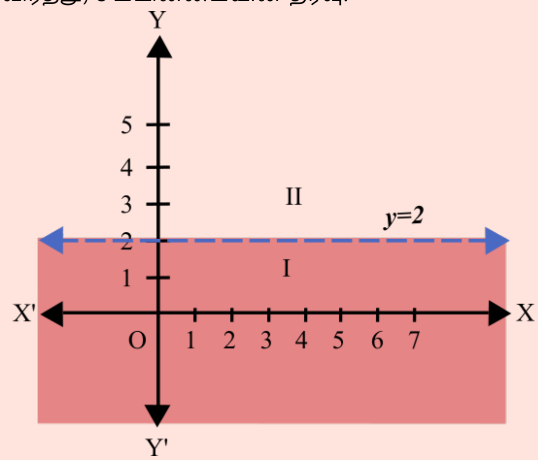
படம் 6.9

சான்று 11 $y < 2$ஐ வரைபடமாக தீர்க்க.

தீர்வு $y = 2$இன் தீர்வுவரைபடம் படம் *6.10*இல் உள்ளது.

கீழ் அரைத்தளத்தில் *(I*இல்*)* $(0, 0)$ என்ற புள்ளியை தேர்வோம், $y = 0$ஐ சமமின்மையில் வைத்து நாம் காண்பது $1 \times 0 < 2$; அதாவது $0 < 2$; இது மெய்.

இவ்வாறு, தீர்வுவட்டாரம் $y = 2$ என்ற கோட்டுக்கு கீழுள்ள நிழற்பகுதி. எனவே, கோட்டுக்கு கீழ் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியும் (கோட்டில் உள்ள எல்லா புள்ளிகளையும் தவிர்த்து) சமமின்மையின் தீர்வு.



படம் 6.10

பயிற்சி 6.2

சமமின்மைகளை இருபரிமாணத்தளத்தில் வரைபடமாக தீர்க்க.

1. $x + y < 5$
2. $2x + y \geq 6$
3. $3x + 4y \leq 12$
4. $y + 8 \geq 2x$
5. $x - y \geq 2$
6. $2x - 3y > 6$
7. $-3x + 2y \geq -6$
8. $3y - 5x < 30$
9. $y < -2$
10. $x > -3$

6.5 இரண்டு மாறிகளில் நேரியச்சமமின்மையமைப்பின் தீர்வு

முந்தைய பகுதிகளில், ஒற்றைமாறியிலும் இரண்டு மாறிகளிலுமான நேரியச்சமமின்மையை வரைபடமாக எவ்வாறு தீர்ப்பது என்பதை நீங்கள் கற்றுக்கொண்டீர்கள். இரண்டு மாறிகளிலான நேரியச்சமமின்மையமைப்பை வரைபடத்தின் மூலம் தீர்க்கும் முறையை சில சான்றுகளால் இப்போது விளக்குவோம்.

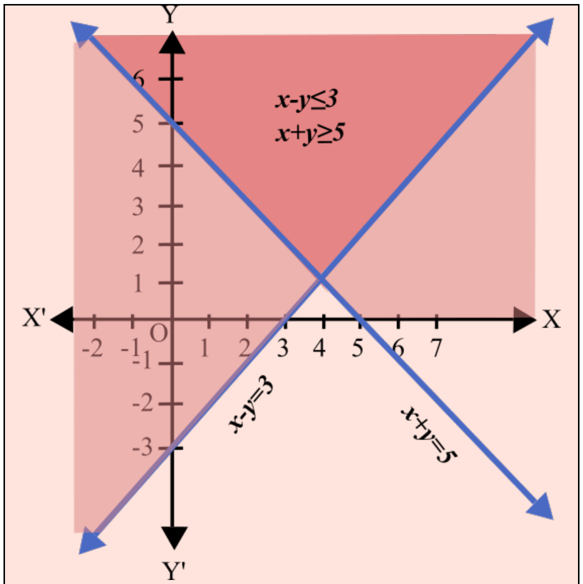
சான்று 12 பின்வரும் நேரியச்சமமின்மை யமைப்பை வரைபடமாக தீர்க்க.

$$x + y \geq 5 \qquad (6.25)$$

$$x - y \leq 3 \qquad (6.26)$$

தீர்வு $x + y = 5$ என்ற நேரியச்சமன்பாட்டின் வரைபடம் படம் 6.11இல் உள்ளது. (6.25)ஆம் சமமின்மையின் தீர்வு $x + y = 5$ கோடுக்கு மேலுள்ள நிழற்பகுதி; இதில் கோட்டின் புள்ளிகளும் அடங்குகின்றன.

அதே அச்சமைப்பில், $x - y = 3$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைபடத்தையும் வரைகிறோம். (6.26)ஆம் சமமின்மை $x - y = 3$ கோட்டுக்கு மேலுள்ள நிழலிட்ட பகுதி; இதில் கோட்டின் புள்ளிகளும் அடங்குகின்றன.



படம் 6.11

இரண்டு நிழற்பகுதிகளுக்கும் பொதுவான இரட்டைநிழற்பகுதி சமமின்மையமைப்பின் தீர்வுவட்டாரம் என்பது தெளிவு.

நேரியச்சமமின்மைகளில் எழும் பல நடைமுறைச்சூழ்நிலைகளில் x, y போன்ற மாறிகள் எதிர்ம மதிப்புகளை எடுக்கவியலாத அளவுகளை குறிக்கின்றன. உற்பத்திப்பொருள், விற்பனைப்பொருள் போன்றவற்றின் எண்ணிக்கைகளும் வேலைசெய்த மணிநேரங்களும் சான்றுகள். இதுபோன்ற சூழமைவுகளில், $x \geq 0, y \geq 0$ என்பவை மெய்யாவதால் தீர்வுவட்டாரம் முதல் காற்பகுதியில் மட்டுமே உள்ளது.

சான்று 13 பின்வரும் சமமின்மையமைப்பை வரைபடமாக தீர்க்க.

$$5x + 4y \leq 40 \qquad (6.27)$$

$$x \geq 2 \qquad (6.28)$$

$$y \geq 3 \qquad (6.29)$$

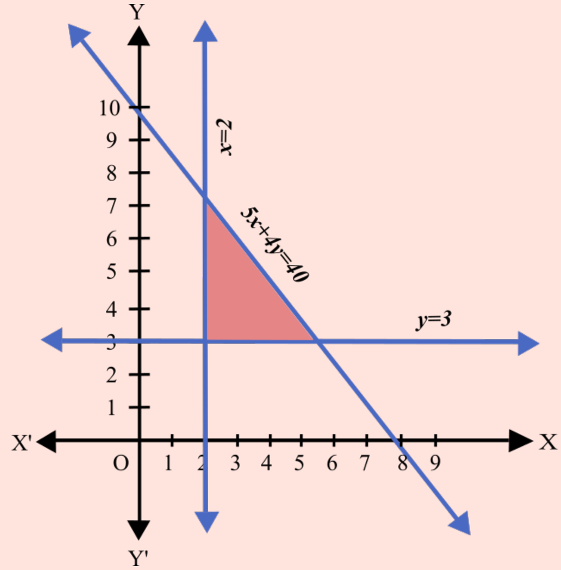
தீர்வு முதலில் கோடுகளின் வரைபடங்களை கண்போம். அவை

$$5x + 4y = 40$$

$$x = 2$$

$$y = 3$$

ஆகியவை. இப்போது, (6.27)ஆம் சமமின்மை $5x + 4y = 40$ என்ற கோட்டின் கீழ்ப்பகுதியையும், (6.28)ஆம் சமமின்மை $x = 2$ என்ற கோட்டின் வலப்பகுதியையும் (6.29)ஆம் சமமின்மை $y = 3$ என்ற கோட்டின் மேற்பகுதியையும் குறிப்பதை காண்கிறோம். இந்த மூன்று பகுதிகளின் பொதுவான வட்டாரம் மூன்று சமமின்மைகளையும் நிறைவேற்றுவது தெளிவு. இதை படம் 6.12இல் நிழலிட்டு காட்டியிருக்கிறோம். கோட்டுத்துண்டுகளின் புள்ளிகளும் இந்த கணத்தில் அடங்குகின்றன. இந்த நிழற்பகுதி நாம் கருதும் சமமின்மையமைப்பின தீர்வு.



படம் 6.12

சான்று 14 பின்வரும் சமமின்மையமைப்புக்கு தீர்வுகாண்க

$$8x + 3y \leq 100 \qquad (6.30)$$

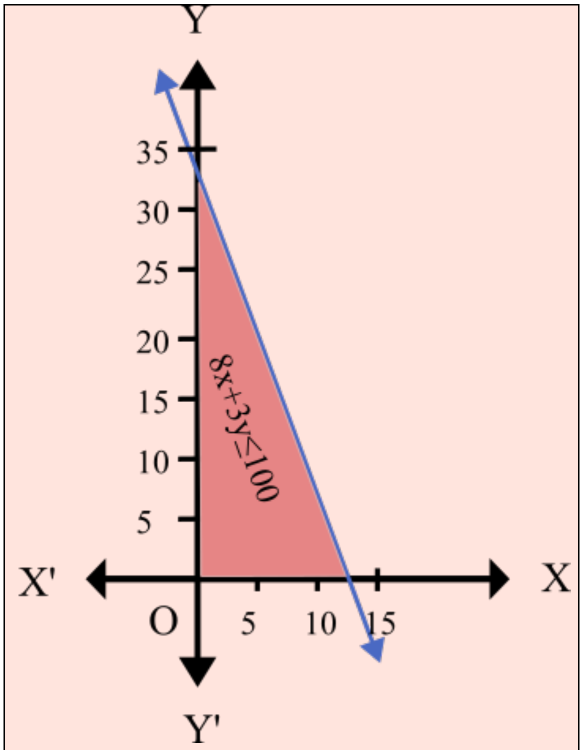
$$x \geq 0 \qquad (6.31)$$

$$y \geq 0 \qquad (6.32)$$

தீர்வு $8x + 3y = 100$ என்ற கோட்டின் வரைபடத்தை வரைவோம்.

$8x + 3y \leq 100$ என்ற சமமின்மை $8x + 3y = 100$ என்ற கோட்டிலுள்ள புள்ளிகள் உட்பட, கோட்டிற்கு கீழுள்ள நிழலிட்ட பகுதியை குறிக்கிறது (படம் 6.13).

$x \geq 0,\quad y \geq 0$ என்பதால், முதல் காற்பகுதியில் நிழலிட்ட பகுதியின் எல்லாப் புள்ளிகளும், அச்சுகளிலும் கோடுகளிலுமுள்ள புள்ளிகள் உட்பட, சமமின்மையமைப்பின் தீர்வுகள்.



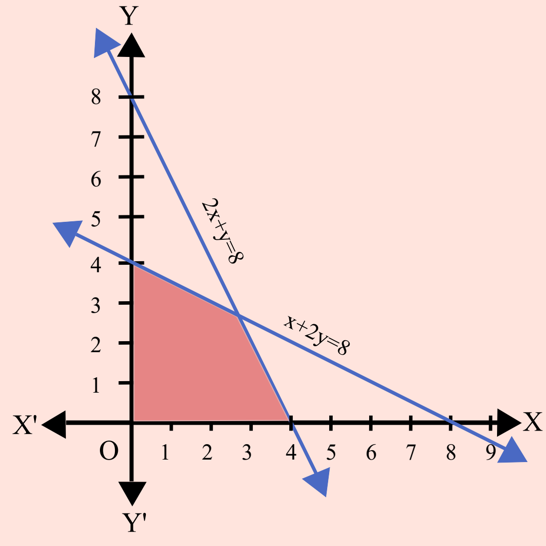
படம் 6.13

சான்று 15 பின்வரும் சமமின்மையமைப்பை வரைபடமாக தீர்க்க

$$x + 2y \le 8 \qquad (6.33)$$
$$2x + y \le 8 \qquad (6.34)$$
$$x \ge 0 \qquad (6.35)$$
$$y \ge 0 \qquad (6.36)$$

தீர்வு $x + 2y = 8$, $2x + y = 8$ ஆகிய கோடுகளின் வரைபடங்களை வரைவோம். (6.33), (6.34) ஆகிய சமமின்மைகளின் தீர்வுகள் படம் 6.14இல் இரண்டு கோடுகளுக்கும் கீழுள்ள பகுதி.

$x \ge 0$, $y \ge 0$ என்பதால், முதல் காற்பகுதியில் காட்டிய நிழற்பகுதியிலுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியும் கொடுத்துள்ள சமமின்மை அமைப்பின் தீர்வை குறிக்கிறது. கோடுகளிலும் அச்சுகளிலும் நிழலிட்ட வட்டாரத்தை ஒட்டியுள்ள புள்ளிகளும் தீர்வுகள்.



படம் 6.14

பயிற்சி 6.3

சமமின்மையமைப்புகளை வரைபடமாக தீர்க்க.

1. $x \ge 3,\ y \ge 2$
2. $3x + 2y \le 12,\ x \ge 1, y \ge 2$
3. $2x + y \ge 6,\ 3x + 4y \le 12$
4. $x + y \ge 4,\ 2x - y < 0$
5. $2x - y > 1,\ x - 2y < -1$
6. $x + y \le 6,\ x + y \ge 4$
7. $2x + y \ge 8,\ x + 2y \ge 10$
8. $x + y \le 9,\ y > x,\ x \ge 0$
9. $5x + 4y \le 20,\ x \ge 1,\ y \ge 2$
10. $3x + 4y \le 60,\ x + 3y \le 30,\ x \ge 0,\ y \ge 0$
11. $2x + y \ge 4,\ x + y \le 3,\ 2x - 3y \le 6$
12. $-2y \le 3,\ 3x + 4y \ge 12,\ x \ge 0, y \ge 1$
13. $4x + 3y \le 60,\ y \ge 2x,\ x \ge 3, x,\ y \ge 0$
14. $3x + 2y \le 150,\ x + 4y \le 80,\ x \le 15,\ y \ge 0,\ x \ge 0$
15. $x + 2y \le 10,\ x + y \ge 1,\ x - y \le 0,\ x \ge 0,\ y \ge 0$

பலவகைச்சான்றுகள்

சான்று 16 $-8 \le 5x - 3 < 7$ என்பதை தீர்க்க.

தீர்வு இதில் $-8 \le 5x - 3$, $5x - 3 < 7$ ஆகிய இரண்டு சமமின்மைகள் உள்ளன. அவை சேர்ந்து நிறைவேறவேண்டும்.

$-8 \le 5x - 3 < 7,$ அதாவது $-5 \le 5x < 10$

$$-1 \le x < 2$$

சான்று 17 தீர்வுகாண்க

$$-5 \le \frac{5 - 3x}{2} \le 8$$

தீர்வு அதாவது,

$$-10 \le 5 - 3x \le 16$$
$$-15 \le -3x \le 11,$$

$$5 \geq x \geq -\frac{11}{3}$$

இவ்வாறும் எழுதலாம்:

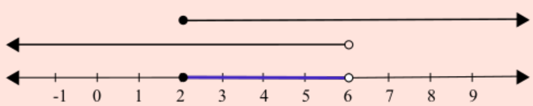
$$-\frac{11}{3} \leq x \leq 5$$

சான்று 18 சமமின்மையமைப்பை தீர்க்க.

$$3x - 7 < 5 + x \qquad (6.37)$$

$$11 - 5\,x \leq 1 \qquad (6.38)$$

எண்கோட்டில் தீர்வுகளை குறிக்க.



படம் 6.15

தீர்வு (6.37)ஆம் சமமின்மையிலிருந்து

$$3x - 7 < 5 + x \text{ அதாவது } x < 6 \qquad (6.39)$$

என்று பெறுகிறோம். (6.38)ஆம் சமமின்மையிலிருந்து

$11 - 5\,x \leq 1,$ அதாவது $-5\,x \leq -10,$

அதாவது $x \geq 2$ $\qquad (6.40)$

என்று பெறுகிறோம். (6.39), (6.40)ஆகிய சமமின்மைகளின் வரைபடங்களை எண்கோட்டில் வரைந்தால், படம் *6.15*இல் தடிமனான கோட்டால் காட்டிய இரண்டுக்கும் பொதுவான xமதிப்புகளை காண்கிறோம்.

எனவே, அமைப்பின் தீர்வு 2க்கும் 6க்கும் இடையிலுள்ள மெய்யெண்கள், அதாவது

$$2 \leq x < 6$$

சான்று 19 ஒரு பரிசோதனையில், ஐதரசக்குளோரிகவமிலத்தின் வெப்பநிலையை $30°$ செல்சியசுக்கும் $35°$ செல்சியசுக்கும் இடையில் வைக்கவேண்டும். பாகை பாரனைட்டில் வெப்பநிலையின் வீச்சு என்ன? செல்சியசை C என்றும் பாரனைட்டை F என்றும் குறித்தால் அவற்றிடையான அலகுமாற்ற வாய்ப்பாடு

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

தீர்வு $30 < C < 35$ என்பது தரவு. அதை அலகுமாற்றவாய்ப்பாட்டில் இட்டு

$$30 < \frac{5}{9}(F - 32) < 35$$

என்று பெறுகிறோம். அதாவது

$$\frac{9}{5} \times 30 < F - 32 < \frac{9}{5} \times 35$$

அதாவது $54 < F - 32 < 63,\quad 86 < F < 95$

எனவே, தேவையான வெப்பநிலைவீச்சு $86°\ F$இலிருந்து $95°\ F$வரை.

சான்று 20 ஒரு உற்பத்தியாளரிடம் *600* இலிட்டர் 12% அமிலம் உள்ளது. இதனுடன் எத்தனை இலிட்டர்கள் 30% அமிலக்கரைசலை சேர்த்தால், அதனால் விளையும் கலவையில் அமிலவுள்ளடக்கம் 15%க்கு அதிகமாகவும் 18%க்கு குறைவாகவும் இருக்கும்?

தீர்வு x இலிட்டர் 30% அமிலக்கரைசலை சேர்க்கவேண்டும் என்று கொள்வோம். அப்படியெனில்,

மொத்தக்கலவை= $(x + 600)$ இலிட்டர்

$$30\%\ x + 12\% \times 600 > 15\% \times (x + 600)$$

$$30\%\ x + 12\% \times 600 < 18\% \times (x + 600)$$

அதாவது

$$\frac{30}{100}x + \frac{12}{100} \times 600 > \frac{15}{100} \times (x + 600)$$

$$\frac{30}{100}x + \frac{12}{100} \times 600 < \frac{18}{100} \times (x + 600)$$

$$30x + 7200 > 15\,x + 9000$$

$$30x + 7200 < 18\,x + 10800$$

$$15x > 1800, \qquad 12x < 3600$$

$$x > 120, \qquad x < 300$$

$$120 < x < 300$$

எனவே, அமிலத்தின் 30% கரைசலிலிருந்து 120 இலிட்டருக்கு அதிகமாகவும் 300 இலிட்டருக்கு குறைவாகவும் சேர்க்கவேண்டும்.

பலவகைப்பயிற்சிகள்

1 முதல் 6 பயிற்சிகளிலுள்ள சமமின்மைகளை தீர்க்க.

1 $2 \leq 3x - 4 \leq 5$

2 $6 \leq -3\,(2x - 4) < 12$

3
$$-3 \leq 4 - \frac{7x}{2} \leq 18$$

4
$$-15 < \frac{3(x-2)}{5} \leq 0$$

5
$$-12 < 4 - \frac{3x}{-5} \leq 2$$

6
$$7 \leq \frac{(3x + 11)}{2} \leq 11$$

7முதல் 10வரையான பயிற்சிகளிலுள்ள சமமின்மைகளை தீர்த்து தீர்வுகளை எண்கோட்டில் வரைபடங்களாக காட்டுக.

7 $5x + 1 > -24,\ \ 5x - 1 < 24$

8 $2\,(x - 1) < x + 5,\ \ 3\,(x + 2) > 2 - x$

9 $3x-7>2\,(x-6)\,,\ 6-x>11-2x$

10 $5(2x-7)-3\,(2x+3)\leq 0,\ 2x+19\leq 6x+47$

11 ஒரு கரைசலை $68°F$க்கும் $77°F$க்குமிடையில் வைக்கவேண்டும். செல்சியசிலிருந்து (C) பாரனைட்டுக்கு (F) அலகுமாற்றும் வாய்ப்பாடு

$$F=\frac{9}{5}\times\,C+32$$

பாகை செல்சியசில் வெப்பநிலையின் வீச்சு என்ன?

12 8% போரிகவமிலக்கரைசலில் 2% போரிகவமிலக்கரைசலை சேர்த்து நீர்த்து 4%க்கு அதிகமானதும் 6%க்கு குறைவானதுமான போரிகவமிலக்கரைசலை பெறவேண்டும் எனில், 640 இலிட்டர் 2% கரைசலில் எத்தனை இலிட்டர் 8% கரைசலை சேர்க்கவேண்டும்?

13 1125 இலிட்டர் 45% அமிலக்கரைசலில் நீரைச்சேர்த்து 25%க்கு அதிகமான ஆனால் 30%க்கு குறைவான அமிலத்தைப்பெற எத்தனை இலிட்டர் நீரை சேர்க்கவேண்டும்?

14 IQ என்று குறிக்கப்படும் ஒருவரது அயீவை (அறியியன்மையீவு)

$$IQ=\frac{MA}{CA}\times\,100$$

என்ற வாய்ப்பாடு தருகிறது; இங்கு MA மனவகவை; CA காலமுறையகவை. 12 வயதுக்குழந்தைகளின் குழுவுக்கு $80\leq IQ\leq 140$ எனில், குழந்தைகளின் மனவயதின் (MA) வீச்சை கணக்கிடுக.

சுருக்கவுரை

$<$, $>$, $\leq$, $\geq$ ஆகியவற்றுள் ஒரு குறியீட்டால் தொடர்புற்ற இரண்டு மெய்யெண்களோ குறிக்கணிதக்கோவைகளோ ஒரு சமமின்மையை உருவாக்குகின்றன.

ஒரு சமமின்மையின் இரு பக்கங்களிலும் சம எண்களை கூட்டலாம் (கழிக்கலாம்).

சமமின்மையின் இரு பக்கங்களையும் ஒரே நேர்ம எண்ணால் பெருக்கலாம் (வகுக்கலாம்). ஆனால் இரு பக்கமும் எதிர்ம எண்ணால் பெருக்கும்போது (வகுக்கும்போது) சமமின்மையை திருப்பவேண்டும்.

சமமின்மையை மெய்க்கூற்றாக்கும் xஇன் மதிப்புகளை சமமின்மையின் தீர்வுகள் என்கிறோம்.

ஒரு எண்கோட்டில் $x<a\;(x>a)$ஐ குறிக்க, aயில் ஒரு வட்டத்தையும், aயின் இடப்பக்கம் (வலப்பக்கம்) நிழற்கோட்டையும் வரைக.

சமமின்மையின் வரைபடம் சமன்பாட்டைக்குறிக்கும் கோட்டின் இடப்பக்கமோ (கீழோ) வலப்பக்கமோ (மேலோ) உள்ளது. அந்த பகுதியில் எந்த ஒரு குறிப்பற்ற புள்ளியும் சமமின்மையை நிறைவேற்றுகிறது.

ஒரு சமமின்மையில் $\leq$குறியீடோ $\geq$குறியீடோ இருந்தால், கோட்டிலுள்ள புள்ளிகளும் சமமின்மையின் தீர்வுகளில் சேர்கின்றன.

ஒரு சமமின்மையில் $<$குறியீடோ $>$குறியீடோ இருந்தால், கோட்டிலுள்ள புள்ளிகள் சமமின்மையின் தீர்வுகளில் சேரவில்லை.

சமமின்மையமைப்பின் தீர்வுவட்டாரம் அமைப்பில் கொடுத்துள்ள எல்லா சமமின்மைகளையும் நிறைவேற்றும் பகுதி.