படலம் 14

அலைவுகள்

14.1 அறிமுகம்

நம் அன்றாட வாழ்வில் பலவிதமான அசைவுகளை எதிர்கொள்கிறோம். அவற்றுள் சிலவற்றைப்பற்றி **ஏற்கெனவே** நீங்கள் கற்றிருக் கிறீர்கள். நேர்க்கோட்டசைவுகளும் எறிவத்தின் அசைவுகளும் சான்றுகள். இந்த இரண்டு அசைவுகளும் மீள்வராதவை. நாம் சீரான சுழற்சியசைவுகளையும் கதிரவவமைப்பிலுள்ள கோள்களின் சுற்றுப்பாதையசைவுகளையும் கற்றிருக்கிறோம். இந்த வேற்றுவங்களில் ஒரு குறிப்பிட்ட நேர இடைவெளிக்குப்பின் அசைவுகள் மீள்வருகின்றன. அதாவது இவை சீரொழுங்கானவை. நீங்கள் சிறுவராயிருந்த போது தொட்டிலிலும் ஊஞ்சலிலும் ஆடி மகிழ்ந்திருப்பீர்கள். இந்த இரண்டு அசைவுகளும் மீள்வருவனவெனினும் கோள்களின் அசைவுகளிலிருந்து வேறானவை. இங்கு பொருள் ஒரு இடைம இடநிலையைப்பற்றி முன்னும்பின் னுமாக அசைகிறது. சுவர்க்கடிகாரத்தின் ஊசலி இதைப்போன்ற அசைவுக்குள்ளாகிறது. இவ்வாறான சீரொழுங்கான முன்பின்னான அசைவுகளுக்கு பல சான்றுகளை காணலாம்; ஆற்றில் மேலுங்கீழுமாக அலைவுறும் ஒரு படகு, முன்னும் பின்னுமாக அசையும் நீராவிப்பொறியின் உந்துதண்டு, இன்ன பிற. இவ்வாறான அசைவுகளை அலைவுகள் என்கிறோம். இந்த அசைவை இந்தப்படலத்தில் படிப்போம்.

அலைவுகளின் ஆய்வறிவு இயற்பியலில் அடிப்படையானது. அதன் கருத்துகள் பல இயற்பியத்தோற்றப்பாடுகளை புரிந்துகொள்ள தேவையாகின்றன. வீணை, வயலின், கிதார் போன்ற இசைக்கருவிகளில் அதிர்வுகளால் இனிய ஒலிகளை உண்டாக்கும் கம்பிகளை எதிர்கொள்கிறோம். முரசுகளின் தோல்களும் தொலைபேசி, ஒலிபெருக்கி போன்றவற்றின் இடைத்திரைகளும் தம் இடைம இடநிலையி லிருந்து முன்னும் பின்னும் அதிர்கின்றன. வளிமூலக்கூறுகளின் அதிர்வாலே ஒலியின் பரவுநடை சாத்தியமாகிறது. ஒரு திண்மத்தில் அணுக்கள் தம் சமநிலைகளைப்பற்றி அதிர்கின்றன; இந்த அதிர்வுகளின் சராசரியான ஆற்றல் வெப்பநிலையின் நேர்விழுக்காட்டி

ுள்ளது. திசைமாறுமின் னோட்டத்தில் மின்னழுத்தம் நேர்மமாகவும் எதிர்மமாகவும் மாறிமாறி இடைமமதிப்பைப்பற்றி (சுழியத்தைப் பற்றி) அலைவுறுகிறது.

பொதுவாக ஒரு சீரொழுங்கசைவை விவரிக்கவும் குறிப்பாக ஒரு அலைவசைவை விவரிக்கவும் அலைவுநேரம், அலைவெண், இடப்பெயர்ச்சி, வீச்சகலம், கட்டம் போன்ற சில அடிப்படைக்கருத்துருக்கள் தேவை. இந்த கருத்துருகளை அடுத்த பகுதியில் வளராக்குவோம்.

14.2 சீரொழுங்கசைவும் அலைவசைவும்

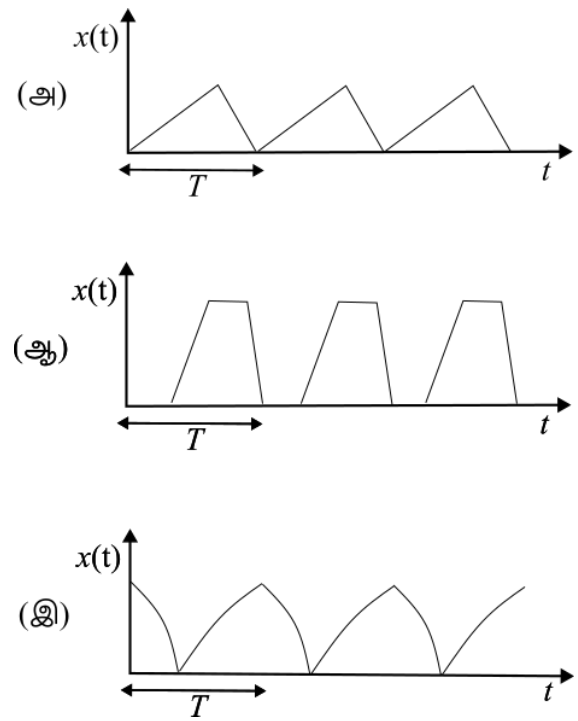
சில சீரொழுங்கசைவுகளை படம் 14.1 காட்டுகிறது. ஒரு பூச்சி ஒரு சுவரில் ஏற முயன்று கீழே விழுவதை கருதுக. அது மீண்டும் அதே வழிமுறையை முற்றொருமையாக மேற்கொள்கிறது. தரையிலிருந்து அதன் உயரத்தை நேரத்துக்கெதிராக ஒரு வரைபடமாக வரைந்தால், அது படம் 14.1(அ)வில் காட்டப்பட்டதுபோல் தோன்றும். ஒரு பிள்ளை ஒரு படியில் ஏறி இறங்கி, இதே வழிமுறையை முற்றொருமையாக மீண்டும் செய்தால் தரைக்குமேல் அவருடைய உயரம் படம் 14.1(ஆ)விலுள்ளதுபோல் தோன்றும். தரையில் ஒரு பந்தை அடித்து தரைக்கும் உள்ளங்கைக்குமிடையில் குதிக்கவிட்டு விளையாடும்போது, நேரத்துக் கெதிராக அதன் உயரத்தின் வரைபடம் படம் 14.1(இ)போலிருக்கும். படம் 14.1(இ)யில் இரண்டு வளைந்த பகுதிகளும் நியூட்டனின் அசைவுச்சமன்பாடு தரும் பரவளைவின் பகுதிகளே என்பதை நோக்குக (3.6ஆம் பகுதியை காண்க).

$h = ut + {}^{1}/_{2}\, gt^2$ கீழ்நோக்கிய அசைவுக்கு

$h = ut - {}^{1}/_{2}\, gt^2$ மேனோக்கிய அசைவுக்கு

இங்கு, ஒவ்வொரு வேற்றுவத்திலும் u வெவ்வேறானது. இவை சீரொழுங்கசைவுகளுக்கு சான்றுகள். இவ்வாறு, ஒரு ஒழுங்கான நேர இடைவெளியில் சீராக மீள்வரும் அசைவை **சீரொழுங்கசைவு** என்கிறோம்.

பல நேரங்களில், சீரொழுங்கான அசைவுகளில் ஈடுபடும் பொருள்களுக்கு அதன் பாதையில் எங்கோ ஓரிடத்தில் ஒரு சமநிலை இருக்கிறது. பொருள் இந்த நிலையில் இருக்கும்போது அதில் நிகர விசை ஏதும் செயலாற்றவில்லை. எனவே அதை அந்த நிலையில் ஓய்வில் இருக்கவிட்டால் எப்போதும் அங்கே நிலைத்திருக்கும். பொருளுக்கு அந்த நிலையிலி ருந்து ஒரு சிறு இடப்பெயர்ச்சியை வழங்கினால், ஒரு விசை செயலாற்றத்தொடங்கி பொருளை சமநிலைப்புள்ளிக்கு மீட்கொண்டு வர முயல்கிறது. இது **அலைவை**யோ **அதிர்வை**யோ உண்டாக்குகிறது. சான்றாக, ஒரு கிண்ணத்தில் வைத்த பந்து அதனடியில் சமநிலையில் இருக்கிறது. அந்தப்புள்ளியிலிருந்து சற்று இடப்பெயர்த்தால், அது கிண்ணத்தில் அலைவுறுகிறது. ஒவ்வொரு அலைவசைவும் சீரொழுங்கசைவு; ஆனால் ஒவ்வொரு சீரொழுங் கசைவும் அலைவசைவாக இருக்கவேண்டியதில்லை. வட்டப்பாதையசைவு ஒரு சீரொழுங்கசைவு; ஆனால் அது அலைவன்று.



படம் 14.1 சீரொழுங்கசைவின் சான்றுகள். ஒவ்வொரு வேற்றுவத்திலும் T என்ற அலைவுநேரத்தை காட்டியிருக்கிறோம்.

அலைவுகளுக்கும் அதிர்வுகளுக்கும் பொருளுடைய வேறுபாடு இல்லை. அலைவெண் குறைவாயிருக்கும்போது அலைவுகள் (மரக்கிளைகள் அசைவது) என்றும் அலைவெண் அதிகமாயிருக்கும் போது (இசைக்கருவிகளின் கம்பிகள் அதிர்வது) அதிர்வுகள் என்றும் சொல்கிறோம்.

எளிய ஒத்திசையசைவு என்பது அலைவுகளிலே எளிமையானது. அலைவுறும் பொருளின்மீது செயலாற்றும் விசை சமநிலையான இடைம இடநிலையிலிருந்து விலகும் இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேர்விழுக்காட்டில் இருக்கும்போது இந்த அசைவு எழுகிறது. மேலும், அலைவின் எந்தப்புள்ளியிலும் இந்த விசை இடைம இடநிலையைநோக்கி இருக்கிறது.

நடைமுறையில், உராய்வினாலும் மற்ற வெளிக்கசிவாக்கவிசைகளினாலும் உண்டாகும் வீச்சுக்குறைவால் அலையும் பொருள்கள் இறுதியில் சமநிலையில் ஓய்வடைகின்றன. ஆனால், ஒரு சீரொழுங்கான வெளிமுகவம்

அவற்றை அலைவில் வைத்திருக்கலாம். வீச்சுக்குறையும் அலைவுகளையும் விசையூட்டிய அலைவுகளையும் இந்தப்படலத்தில் பின்பு உரையளிப்போம்.

எந்தவொரு பொருண்மஊடகத்தையும் மிக அதிக எண்ணிக்கையான இணைக்கட்டலைவிகளின் தொகுப்பாக கருதலாம். ஊடகத்தின் உள்ளடங்கிகளின் மொத்த அலைவுகள் அலைகளாக துலங்குகின்றன. அலைகளின் சான்றுகளில் நீரலைகள், நிலநடுக்கலைகள், மின்காந்தலைகள் ஆகியவை அடங்குகின்றன. அலைத்தோற்றப்பாட்டை அடுத்த படலத்தில் படிப்போம்.

14.2.1 அலைவுநேரமும் அலைவெண்ணும்

ஒரு ஒழுங்கான நேர இடைவெளியில் சீராக மீள்வரும் அசைவு சீரொழுங்கசைவு என்பதை மேல் கண்டோம். அசைவு மீள்வரும் மீச்சிறிய நேர இடைவெளியை அலைவின் சீரொழுங்கு என்றோ அலைவுநேரம் என்றோ அழைக்கிறோம். அலைவுநேரத்தை T என்ற அடையாளத்தால் குறிப்போம். அதன் அவவலகு நொடி. நொடியின் ஒப்பளவில் மிக விரைவாகவோ மிக மெதுவாகவோ அசையும் சீரொழுங்கசைவுகளுக்கு நேரத்தின் மற்ற வசதியான அலகுகளை பயன்படுத்தலாம். ஒரு படிகக்கல்லின் அதிர்வுச்சீரொழுங்கை மைக்குரோ நொடியில் $(10^{-6}\ s)$ குறிப்பிட்டு μs என்ற அடையாளத்தால் குறிக்கிறோம். இதன் மறுபக்கமாக, புதன்கோளின் சுற்றுப்பாதையின் சீரொழுங்கு 88 புவிநாட்கள். ஏலீயின் வாலுடு 76 ஆண்டுகளுக்கொரு முறை தோன்றுகிறது.

Tயின் புரட்டு ஓரலகு நேரத்தில் நிகழும் மீள்வரல்களின் எண்ணிக்கையை தருகிறது. இந்த அளவை சீரொழுங்கசைவின் **அலைவெண்** என்கிறோம். இதை ν என்ற அடையாளத்தால் குறிக்கிறோம். νவுக்கும் Tக்குமுள்ள தொடர்பு

$$\nu = \frac{1}{T} \qquad (14.1)$$

இவ்வாறு, νவின் அலகு s^{-1}. வானலைகளை கண்டுபிடித்த ஐனுரிக்கு உருடால்பு எரிசு(1857-1894) என்பவரை பெருமைப்படுத்தும் வகையில் அலைவெண்ணுக்கு எரிசு என்ற அலகு பயன்படு கிறது. இவ்வாறு,

$$\begin{aligned} 1 \text{ எரிசு} &= 1\ Hz \\ &= \text{ஒரு நொடியில் அலைவுகளின் எண்ணிக்கை} \\ &= 1\ s^{-1} \qquad (14.2) \end{aligned}$$

அலைவெண் முழுவெண்ணாயிருப்பது கட்டாய மில்லை என்பதை நோக்குக.

சிக்கல் 14.1

ஒரு மனித இதயம் சராசரியாக நிமிடத்துக்கு 75 முறை துடிப்பதாக கண்டிருக்கிறோம். இதன் அலைவெண்ணையும் அலைவுநேரத்தையும் கணக்கிடுக.

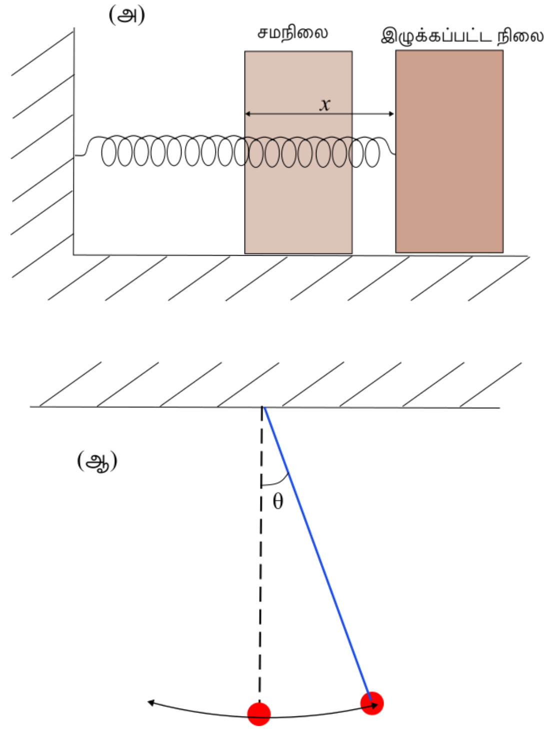
தீர்வு

இதயத்துடிப்பின் அலைவெண்

$$= \frac{75}{1 \text{ நி}} = \frac{75}{60\ s} = 1.25\ s^{-1} = 1.25\ Hz$$

அலைவுநேரம்,

$$T = \frac{1}{1.25\ s^{-1}} = 0.8\ s$$



படம் 14.2 (அ) ஒரு நுனி கட்டையிலும் மறுநுனி நெளியாச்சுவரிலும் பொருத்திய விற்சுருள். கட்டை உராய்வற்ற ஒரு பரப்பில் அசைகிறது. கட்டையின் அசைவை சமநிலையிலிருந்து அதன் இடப்பெயர்ச்சியான xஆல் விவரிக்கலாம். (ஆ) ஒரு அலையும் எளிய ஊசலி. இதன் அசைவை நெடுநிற்பத்திலிருந்து அதன் கோண இடப்பெயர்ச்சியான θவால் விவரிக்கலாம்.

14.2.2 இடப்பெயர்ச்சி

4.2ஆம் பகுதியில் ஒரு துகளின் இடப்பெயர்ச்சியை அதன் இடநிலைத்திசையனின் மாற்றம் என்று வரையறுத்தோம். இந்தப்படலத்தில் இடப்பெயர்ச்சி என்ற சொல்லை மேலும் பொதுவமான பொருளில் பயன்படுத்துகிறோம். அது நாம் கருதும் எந்தவொரு இயற்பண்பும் நேரத்துடன் மாறுவதை குறிக்கிறது. சான்றாக, ஒரு இரும்புப்பந்து ஒரு பரப்பில் நேர்க்கோட்டில்

அசையும்போது நேரத்தின் சார்பில் தொடக்கப்புள்ளியிலிருந்து அதன் தொலைவு அதன் இடநிலையின் இடப்பெயர்ச்சி. நோக்கீட்டுமூலத்தை நம் வசதிப்படி தேர்ந்து கொள்ளலாம். ஒரு நுனி ஒரு கட்டையிலும் மறுநுனி ஒரு நெளியாச்சுவரிலும் பொருத்திய ஒரு விற்சுருளை கருதுக (படம் 14.2(அ)). பொதுவாக, ஒரு பொருளின் இடப்பெயர்ச்சியை அதன் சமநிலையி லிருந்து அளப்பது வசதியானது. அலையும் ஒரு எளிய ஊசலியின் இடநிலையின் சூழமைவில் நெடுநிற்பத்தி லிருந்து அதன் கோணம் நேரத்துடன் மாறுவதை கருதலாம். வேறு பலவகையான இடப்பெயர்ச்சி மாறிகளும் இருக்கலாம். ஒரு கொண்மியி னூடான மின்னழுத்தம், திசைமாறு மின்சுற்றில் நேரத்துடன் மாறுவதும் ஒரு இடப்பெயர்ச்சிமாறி. இதேவழியில், ஒலியலைகளின் பரவுநடையில் அழுத்தம் நேரத்துடன் மாறுவது, ஒளியலையில் மின்புலமும் காந்தப்புலமும் மாறுவது ஆகியவை வெவ்வேறு சூழமைவுகளில் இடப் பெயர்ச்சியின் சான்றுகள். இடப்பெயர்ச்சிமாறிகள் நேர்ம மதிப்புகளையும் எதிர்மமதிப்புகளையும் எடுக்கலாம். அலைவுப்பரிசோதனைகளில் இடப்பெயர்ச்சிகளை வெவ்வேறு நேரங்களில் அளக்கிறோம்.

இடப்பெயர்ச்சியை நேரத்தின் ஒரு கணிதச் சார்பனாக குறிப்பிடலாம். சீரொழுங்கசைவின் வேற்றுவத்தில் இந்த சார்பன் நேரத்துடன் சீரொழுங்கானது. மீயெளிய சீரொழுங்குச் சார்பன்களுள் ஒன்று

$$f(t) = A\,\text{உவவி}\,\omega t \qquad (14.3)$$

என்பது.

இந்த சார்பனின் செயலுருபான ωtஐ 2π ஆரைய னின் ஒரு முழுவெண்மடங்கால் அதிகரித்தால், சார்பனின் மதிப்பு மாறாமலிருக் கிறது. அதாவது, $f(t)$ என்ற சார்பன் சீரொழுங்கானது; அதன் சீரொழுங்குநேரமான Tயை

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad (14.4)$$

என்ற வாய்ப்பாடு தருகிறது. இவ்வாறு, $f(t)$ என்ற சார்பன் சீரொழுங்கானது; T அதன் சீரொழுங்கு என்றோ அலைவுநேரம் என்றோ சொல்கிறோம்.

$$f(t) = f(t+T)$$

இந்த விளைவு $f(t) = A\,\text{வவி}\,\omega t$ என்ற வளைவிச் சார்பனுக்கும் சரியாவது தெளிவு. மேலும், வளைவி, உடன்வளைவி ஆகிய சார்பன்களின்

$$f(t) = A\,\text{வவி}\,\omega t + B\,\text{உவவி}\,\omega t \qquad (14.5)$$

போன்ற ஒரு நேரியச்சேர்வும் அதே T என்ற சீரொழுங் குடன் சீரொழுங்கானது. A, B ஆகியவற்றை

$$A = D\,\text{உவவி}\,\varphi\,, \qquad B = D\,\text{வவி}\,\phi$$

என்று வைத்து, (14.5)ஆம் சமன்பாட்டை

$$f(t) = D\,\text{வவி}(\omega t + \varphi) \qquad (14.6)$$

என்று எழுதலாம். இங்கு

$$D = \sqrt{A^2 + B^2}, \qquad \varphi = \text{தொவி}^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$$

ஆகியவை மாறிலிகள். வளைவி, உடன்வளைவி ஆகிய சீரொழுங்குச்சார்பன்களின் ஒரு மாபெரும் முக்கியத்துவம் இயோசாப்பு பூரியே என்ற பிரெஞ்சுக்கணிதர் நிறுவிய குறிப்பிடத் தக்க விளைவால் எழுகிறது. **எந்த சீரொழுங்குச் சார்பனையும் பொருத்தமான கெழுக்களுடன் வெவ்வேறு சீரொழுங்குகளுள்ள வளைவிச் சார்பன்கள், உடன்வளைவிச்சார்பன்கள் ஆகிய வற்றின் மேலமைவாக எழுதலாம்.**

சிக்கல் 14.2

கீழ்க்கண்டவற்றுள் எவை சீரொழுங்கா னவை, எவை சீரொழுங்கற்றவை? ஒவ்வொரு சீரொழுங்குச்சார்பனுக்கும் அதன் சீரொழுங்கை தருக. (ω ஒரு நேர்ம மாறிலி.)

(அ) வவி ωt + உவவி ωt

(ஆ) வவி ωt + உவவி $2\omega t$ + வவி $4\omega t$

(இ) $e^{-\omega t}$

(ஈ) மட ωt

தீர்வு

(அ) வவி ωt + உவவி ωt ஒரு சீரொழுங்கான சார்பன். அதை $\sqrt{2}\,\text{வவி}(\omega t + {}^{\pi}/_{4})$ என்றும் எழுதலாம்.

இப்போது,

$$\sqrt{2}\,\text{வவி}(\omega t + {}^{\pi}/_{4}) = \sqrt{2}\,\text{வவி}(\omega t + {}^{\pi}/_{4} + 2\pi)$$
$$= \sqrt{2}\,\text{வவி}[\omega(t + {}^{2\pi}/_{\omega}) + {}^{\pi}/_{4}]$$

என்பதால், சார்பனின் சீரொழுங்குநேரம் ${}^{2\pi}/_{\omega}$.

(ஆ) இது சீரொழுங்கசைவின் ஒரு சான்று. ஒவ்வொரு உருபும் வெவ்வேறு கோணவலை வெண்ணுள்ள சீரொழுங்குச்சார்பனை குறிப்பிடு வதை நோக்குக. சீரொழுங்கு சார்பனின் மதிப்பு மீள்வரும் மீச்சிறிய கால இடைவெளி.

வவி ωt இன் சீரொழுங்கு $T_o = 2\pi/\omega$

உவவி $2\omega t$ இன் சீரொழுங்கு $\pi/\omega = T_0/2$

வவி $4\omega t$இன் சீரொழுங்கு $2\pi/4\omega = T_o/4$ முதலுருபின் சீரொழுங்கு மற்ற இரண்டின் சீரொழுங்குகளின் மடங்கு. எனவே, மூன்று உருபுகளின் கூட்டற்சார்பன் மீள்வரும் மீச்சிறிய கால இடைவெளி T_o; இவ்வாறு, இந்த கூட்டல் $2\pi/\omega$ என்று சீரொழுங்குள்ள சீரொழுங்குச்சார்பன்.

(இ) $e^{-\omega t}$ என்ற சார்பன் சீரொழுங்கற்ற சார்பன். நேரம் அதிகரிக்கும்போது ஒற்றைச் சுரமாக குறைந்து $t \to \infty$ என்ற எல்லையில்

சுழியத்தை நெருங்குகிறது. எனவே, இதன் மதிப்பு ஒருபோதும் மீள்வரவில்லை.

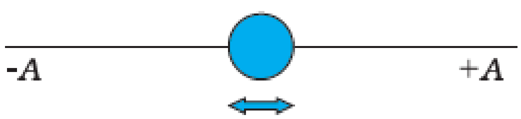
(ஈ) மட ωt என்ற சார்பன் நேரத்துடன் ஒற்றைச்சுரமாக அதிகரிக்கிறது. எனவே, இது ஒருபோதும் தன் மதிப்பை மீட்பெறவில்லை. இது ஒரு சீரொழுங்கற்ற சார்பன். $t \to \infty$ என்ற எல்லையில் இது ∞ க்கு விரிபோவதை நோக்குக. எனவே, இது இயற்பியலில் எவ்விதமான இடப்பெயர்ச்சியையும் குறிப்பிட இயலாது.

14.3 எளிய ஒத்திசையசைவு

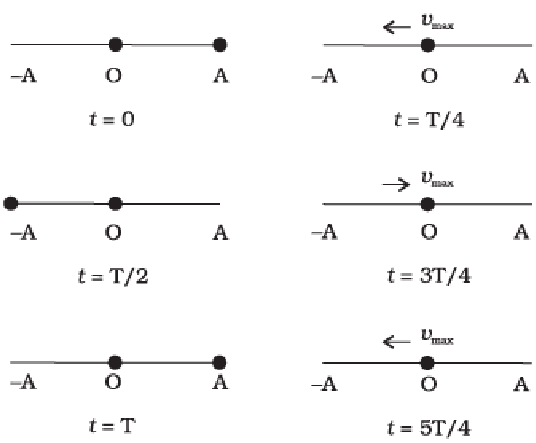
படம் 14.3இல் காட்டியபடி, xஅச்சின் மூலத்தைப் பற்றி $+A$, $-A$ ஆகிய எல்லைகளுக்குள் முன்னும் பின்னும் அதிரும் ஒரு துகளை கருதுக. மூலத்தி லிருந்து துகளின் இடப்பெயர்ச்சியான x நேரத்துடன்

$$x(t) = A \text{ உவவி}(\omega t + \varphi) \qquad (14.7)$$

என்றவாறு மாறினால், இந்த அசைவை எளிய ஒத்திசையசைவு என்கிறோம்; இங்கு, A, ω, φ ஆகியவை மாறிலிகள்.



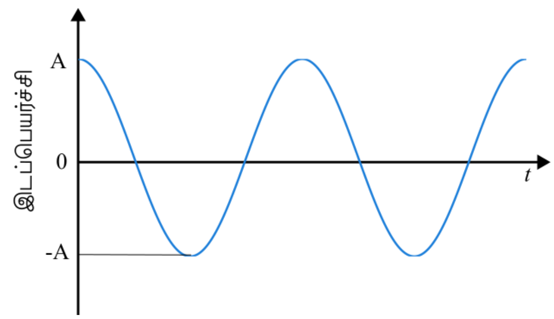
படம் 14.3 x அச்சின் மூலத்தைப்பற்றி $+A, -A$ ஆகிய எல்லைகளுக்குள் முன்னும் பின்னும் அதிரும் துகள்



படம் 14.4 எளிய ஒத்திசையசைவின்போது நேரத்தின் $t = 0,\ T/4,\ T/2,\ 3T/4,\ T,\ 5T/4$ ஆகிய உதிரியான மதிப்புகளில் துகளின் இருப்பிடங்கள். அசைவு மீள்வரும் நேரம் T. எந்த இருப்பிடத்தை தொடக்க $(t = 0)$ இருப்பிடமாக எடுத்தாலும் T மாறாமலிருக்கும். வேகம் சுழிய இடப்பெயர்ச்சியில் மீப்பெருமமாகவும் அசைவின் மீயளவங்களில் சுழியமாகவும் உள்ளன.

இவ்வாறு, எளிய ஒத்திசையசைவு ஒரு சீரொழுங் கசைவு மட்டுமன்று; அது இடப்பெயர்ச்சி நேரத்தின் வளைவிச்சார்பனா யிருக்கும் சீரொழுங்கசைவு. படம் 14.4 எளிய ஒத்திசையசைவுக்குள்ளாகும் துகளின் இடநிலைகளை $T/4$இன் பல மடங்குகளான நேரங் களில் காட்டுகிறது; இங்கு T அசைவின் சீரொழுங்கு.

படம் 14.5 tக்கு எதிராக xஐ வரைந்து இடப்பெயர்ச்சியின் மதிப்புகளை நேரத்தின் தொடர்ச்சியான சார்பனாக தருகிறது. ஒரு எளிய ஒத்திசையசைவின் சிறப்பியல்புகளான A, ω, φ ஆகிய அளவுகளுக்கு செந்தரமான பெயர்கள் உள்ளன. இவற்றை படம் 14.6இல் சுருங்கவுரைத்து கீழ்வரும் உரையில் மேலும் விளக்குவோம்.



படம் 14.5 எளிய ஒத்திசையசைவின் இடப்பெயர்ச்சியை நேரத்தின் தொடர்ச்சியான சார்பனாக காட்டுதல்

$x(t)$: நேரத்தின் சார்பனாக இடப்பெயர்ச்சி
A: வீச்சகலம்
ω: கோண அலைவெண்
$\omega t + \varphi$: (நேரஞ்சார்ந்த) கட்டம்
φ: கட்டமாறிலி

படம் 14.6 (14.4)ஆம் சமன்பாட்டிலுள்ள செந்தரமான அடையாளங்களின் பொருள்

எளிய ஒத்திசையசைவின் வீச்சகலம் (A) துகளின் மீப்பெரும இடப்பெயர்ச்சியின் பருமனளவு. (குறிப்பு: பொதுவமிழக்காமல், Aயை நேர்மமாக எடுத்துக்கொள்ளலாம்). நேரத்தின் உடன்வளைவிச் சார்பன் $+1$இலிருந்து -1வரை மாறுவதால் இடப்பெயர்ச்சி A , $-A$ ஆகிய மீயளவங்களிடையில் மாறுகிறது. இரண்டு எளிய ஒத்திசையசைவுகளுக்கு ஒரே ωவும் φயும் A, B என்ற வெவ்வேறு வீச்சகலங்களும் இருக்கலாம். இதை படம் 14.7(அ) காட்டுகிறது.

ஒரு எளிய ஒத்திசையசைவுக்கு வீச்சகலமான A மாறாதது; t என்ற ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில் துகளசைவின் நிலையை (இடநிலையையும் திசைவேகத்தையும்) உடன்வளைவிச்சார்பின் செயலுருபான $(\omega t + \varphi)$ தீர்மானிக்கிறது. இந்த நேரஞ்சார் அளவை

அசைவின் கட்டம் என்கிறோம். கட்டத்தின் தொடக்க $(t=0)$ மதிப்பாகிய φயை கட்டமாறிலி என்றோ கட்டக்கோணம் என்றோ அழைக்கிறோம். வீச்சகலம் தெரிந்தால், தொடக்க இடப்பெயர்ச்சியிலிருந்து φஐ தீர்மானிக்கலாம். இரண்டு எளிய ஒத்திசையசைவுகளுக்கு ஒரே வீச்சகலமும் வெவ்வேறு கட்டக்கோணங்களும் இருக்கலாம். இதை படம் 14.7(ஆ) காட்டுகிறது.

இறுதியாக, ω அசைவின் சீரொழுங்குடன் தொடர்பானது என்று காணலாம். எளிமைக்காக, (14.7) ஆம் சமன்பாட்டில் $\varphi = 0$ என்று எடுப்போம்.

$$x(t) = A\,\text{உவவி}\,\omega t \qquad (14.8)$$

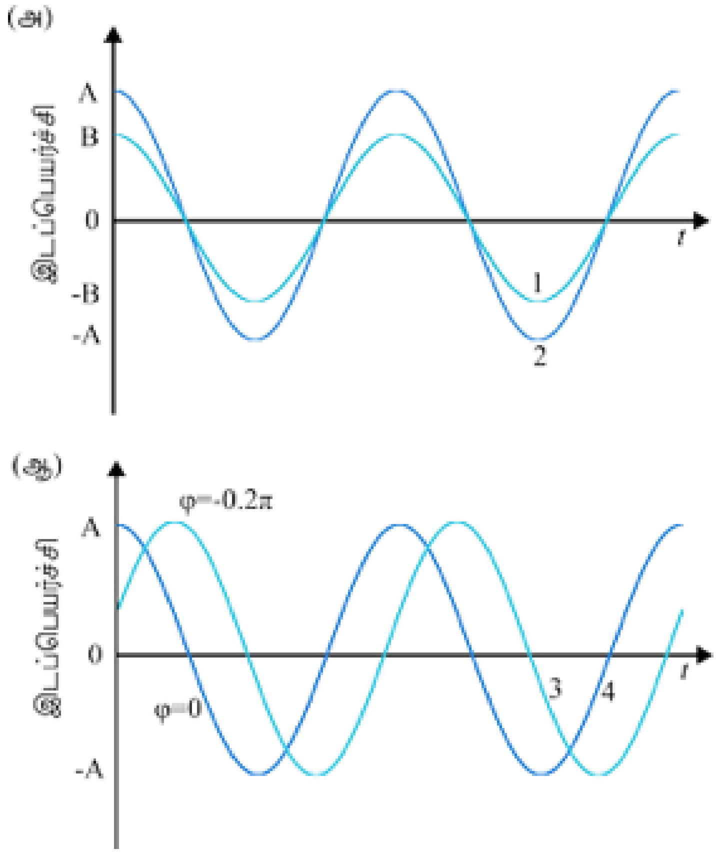
அசைவு T என்ற சீரொழுங்குடன் இருப்பதால், $x(0)$மும் $x(t+T)$யும் சமம். அதாவது

$$A\,\text{உவவி}\,\omega t = A\,\text{உவவி}\,\omega(t+T) \qquad (14.9)$$

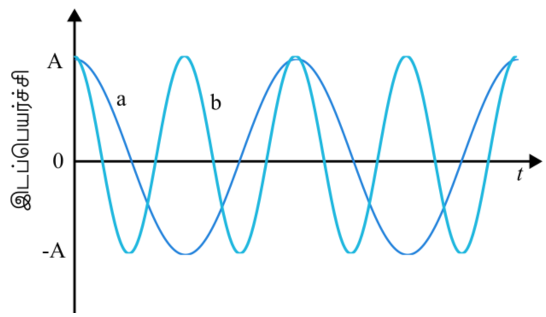
உடன்வளைவிச்சார்பன் 2π என்ற சீரொழுங்குள்ளது. அதாவது செயலுருபு 2π அளவு மாறியபின் சார்பனின் மதிப்பு முதலில் மீள்வருகிறது. எனவே, $\omega(t+T) = \omega t + 2\pi$. அதாவது

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad (14.10)$$

ωவை எளிய ஒத்திசையசைவின் கோண அலைவெண் என்கிறோம். அதன் அவவலகு நொடிக்கு ஆரையன். அலைவின் அலைவெண் $1/T$ என்பதால், ω அலைவெண்ணின் 2π மடங்கு. இரண்டு எளிய ஒத்திசையசைவுகளுக்கு படம் 14.8இல் காட்டியபடி ஒரே A, φமதிப்புகளும் வெவ்வேறு ω மதிப்புகளும் இருக்கலாம். இந்த வரைகோட்டில் (அ) என்ற வரைபடத்திலிருப் பதைப்போல் (ஆ)வில் சீரொழுங்கு பாதியும் அலைவெண் இரண்டு மடங்கும் உள்ளன.



படம் 14.7 (அ) (14.4)ஆம் சமன்பாட்டிலிருந்து பெற்ற இடப்பெயர்ச்சியை நேரத்தின் சார்பனாக வரைந்த வரைபடம். 1, 2 என்று குறித்த வரைபடங்கள் A, B என்ற இருவேறு வீச்சகலங்களுக்கு நிகரானவை. (ஆ) (14.4)ஆம் சமன்பாட்டிலிருந்து பெற்ற வரைபடங்கள். 3, 4 என்று குறித்த வரைபடங்கள் $0, -\pi/4$ என்ற இருவேறு கட்டங்களுக்கு (φ) நிகரானவை; இரண்டிலும் வீச்சகலங்கள் (A) சமம்.



படம் 14.8 $\varphi = 0$மும் வெவ்வேறு சீரொழுங்குகளுமுள்ள (14.7)ஆம் சமன்பாட்டின் வரைகோடுகள்

சிக்கல் 14.3

கீழ்க்கண்ட நேரத்தின் சார்பங்களுள் எவை எளிய ஒத்திசையசைவுகளை குறிக்கின்றன? எவை சீரொழுங்கான ஆனால் எளிய ஒத்திசைவற்ற அசைவுகளை குறிக்கின்றன? (அ) வவி ωt − உவவி ωt , (ஆ).வவி^{2} ωt.

தீர்வு

(அ)

வவி ωt − உவவி ωt

$$= \text{வவி}\,\omega t - \text{வவி}\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right)$$

$$= 2\,\text{உவவி}\left(\frac{\pi}{4}\right)\text{வவி}\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \sqrt{2}\,\text{வவி}\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$$

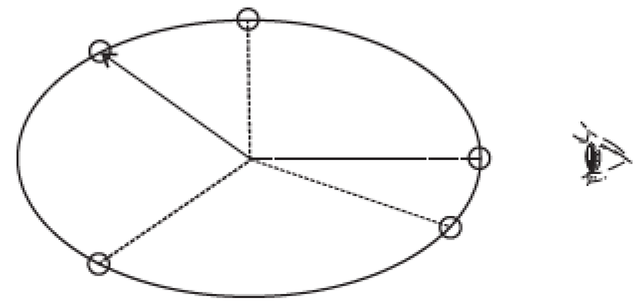
இந்தச்சார்பன் எளிய ஒத்திசையசைவை குறிக்கிறது. இதன் சீரொழுங்குக்காலம் $T = {}^{2\pi}/_{\omega}$, கட்டக்கோணம் $-{}^{\pi}/_{4}$, அதாவது $-{}^{\pi}/_{4} + 2\pi = {}^{7\pi}/_{4}$.

(ஆ) வவி^{2} $\omega t = {}^{1}/_{2} - {}^{1}/_{2}$ உவவி $2\omega t$

இந்த சார்பன் சீரொழுங்கானது. இதன் சீரொழுங்கு $T = \pi/\omega$. இது ஒரு எளிய ஒத்திசையசைவுமாகிறது. இதன் சமநிலை சுழியத்தில் இல்லாமல் $1/2$யில் இருக்கிறது.

14.4 எளிய ஒத்திசையசைவும் சீரான வட்டப்பாதையசைவும்

இந்த பகுதியில், சீரான வட்டப்பாதை யசைவின் விட்டவீழ்ப்பு ஒரு எளிய ஒத்திசையசைவாவதை காண்போம். இந்த தொடர்பை ஒரு எளிய பரிசோதனையால் (படம் 14.9) மனங்காணலாம். ஒரு பந்தை ஒரு கயிற்றின் நுனியில் கட்டி அது கிடைமட்டத்தளத்தில் ஒரு நிலையான புள்ளியைப் பற்றி மாறாக்கோணவேகத்தில் சுழலச்செய்க. இப்போது பந்து கிடைமட்டத்தளத்தில் சீரான வட்டப் பாதையசைவை மேற்கொள்கிறது. கிடைமட்டத் தளத்தில் கவனஞ்செலுத்தி பந்தை பக்கவாட்டி லிருந்தோ முன்பக்கமிருந்தோ பார்க்கும்போது பந்து ஒரு கிடைமட்டக்கோட்டில் சுழிற்சிப்புள்ளி நடுப்புள்ளியாயிருக்குமாறு முன்னும் பின்னுமான அசைவை மேற்கொள்வதாக தோன்றுகிறது. மறுவழியாக, வட்டத்தின் தளத்துக்கு செங்குத்தான ஒரு சுவரில் பந்தின் நிழலை பார்க்கலாம். இந்த நிகழ்முறையில் நம் கண்ணுக்குத்தோன்றுவது பார்வைக்கோட்டுக்கு செங்குத்தான விட்டத்தில் பந்தின் அசைவு.

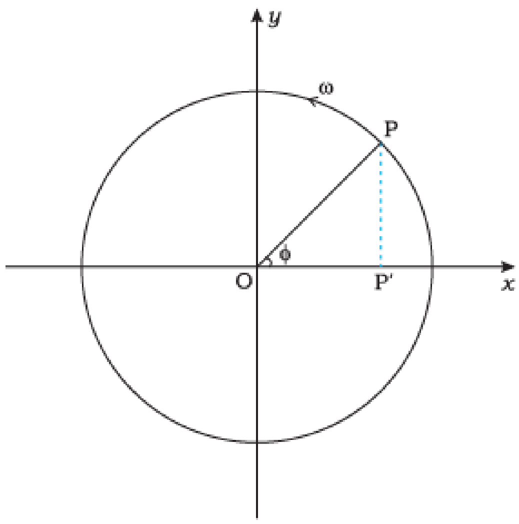


படம் 14.9 தளத்தில் ஒரு பந்தின் வட்டப்பாதையசைவை விளிம்பிலிருந்து நோக்கும்போது அது ஒரு எளிய ஒத்திசையசைவாக தோன்றுகிறது.

இந்த நிலைமையை படம் 14.10 கணிதநோக்கில் காட்டுகிறது. P என்ற துகள் A ஆரமுள்ள ஒரு வட்டப்பாதையில் ω என்ற கோணவேகத்தில் இடஞ்சுழியாக சீராக அசைகிறது என்க. துகளின் தொடக்க இடநிலைத்திசையன், அதாவது $\boldsymbol{OP}$ என்ற திசையன் $t = 0$த்தில் xஅச்சின் நேர்மத்திசையுடன் φ என்ற கோணத்தை தாங்குகிறது. t என்ற நேரத்தில் மேலும் ωt என்ற கோணத்தை கடப்பதால் அதன் இடநிலைத்திசையன் நேர்ம x அச்சுடன் $\omega t + \varphi$ என்ற கோணத்தை தாங்குகிறது. இப்போது, x அச்சின்மீது $\boldsymbol{OP}$ என்ற இடநிலைத்திசையனின் வீழ்ப்பை கருது வோம். இது OP'. P என்ற துகள் வட்டப்பாதையில் அசையும்போது x அச்சில் OP'இன் இடநிலையை

$$x(t) = A\,\text{உவவி}(\omega t + \varphi)$$

தருகிறது. இது எளிய ஒத்திசையசைவை வரையறுக் கும் சமன்பாடு. இதிலிருந்து, P வட்டப்பாதையில் சீராக அசையும்போது வட்டத்தின் விட்டத்தின்மீது P யின் வீழ்ப்பாகிய P' ஒரு எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள்கிறது என்று காண்கிறோம். P என்ற துகளையும் அது அசையும் வட்டத்தையும் எளிய ஒத்திசையசைவின் *நோக்கீட்டுத்துகள்* என்றும் *நோக்கீட்டுவட்டம்* என்றும் அழைக்கிறோம்.



படம் 14.10

P யின் அசைவின் வீழ்ப்பை எந்த விட்டத்திலும் எடுக்கலாம். சான்றாக y அச்சில் எடுக்கும்போது, y அச்சில் P' இன் இடப்பெயர்ச்சியான $y(t)$

$$y(t) = A \text{ வவி } (\omega t + \varphi)$$

என்றாகிறது. இதுவும் ஒரு எளிய ஒத்திசை யசைவு இதன் வீச்சகலம் x அச்சுவீழ்ப்பின் வீச்சகலமே; ஆனால், இதன் கட்டம் $\pi/2$ ஆல் வேறுபடுகிறது.

வட்டப்பாதையசைவுக்கும் எளிய ஒத்திசை யசைவுக்குமிடையில் இந்த உறவு இருப்பினும், நேரிய எளிய ஒத்திசையசைவில் துகளின்மீது செயல்படும் விசை சீரான வட்டப்பாதை யசைவை நீடிக்க வைக்கத்தேவையான மையநோக்குவிசையிலிருந்து வெகுவாக வேறுபட்டது.

சிக்கல் 14.4

கீழுள்ள படம் இரண்டு வட்டப்பாதை யசைவுகளை காட்டுகிறது. ஒவ்வொன்றுக்கும் வட்டத்தின் ஆரம், சீரொழுங்கு, தொடக்கப்புள்ளி, சுற்றலின் வசம் ஆகியவற்றை படம் காட்டுகிறது. ஒவ்வொன்றிலும் சுற்றும் P என்ற துகளின் xவீழ்ப்பின் எளிய ஒத்திசையசைவை பெறுக.

தீர்வு

(அ) $t = 0$ என்றபோது OP நேர்ம xஅச்சுடன் $45° = \pi/4$ ஆரையனை தாங்குகிறது. t என்ற நேரத்துக்குப்பிறகு, $2\pi t/T$ என்ற கோணத்தை இடஞ்சுழியாக கடப்பதால் xஅச்சுடன்

$$\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{4}$$

என்ற கோணத்தை தாங்குகிறது. t என்ற நேரத்தில் xஅச்சில் OPயின் வீழ்ப்பை

$$x(t) = A \text{ உவவி} \left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{4}\right)$$

தருகிறது. $T = 4\ s$ என்பதால்,

$$x(t) = A \text{ உவவி} \left(\frac{2\pi}{4}t + \frac{\pi}{4}\right)$$

இது A வீச்சகலமும் $4\,s$ சீரொழுங்கும் ${}^{\pi}/_{4}$ தொடக்கக்கட்டமுமுள்ள எளிய ஒத்திசையசைவு.

(ஆ) இந்த வேற்றுவத்தில், $t = 0$த்தில் xஅச்சுடன் OP தாங்கும் கோணம் $90° = {}^{\pi}/_{2}$. அது t என்ற நேரத்தில் ${}^{2\pi}/_{T}\,t$ என்ற கோணத்தை வலஞ்சுழியாக கடந்து xஅச்சுடன் $\left({}^{\pi}/_{2} - {}^{2\pi}/_{T}\,t\right)$ என்ற கோணத்தை தாங்குகிறது. tயில் xஅச்சின்மீது OPயின் வீழ்ப்பை

$$x(t) = B \text{ உவவி} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{T}t\right) = B \text{ வவி} \left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

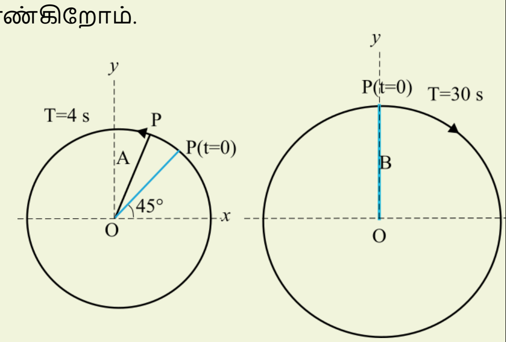
தருகிறது. $T = 30\ s$ என்பதால்,

$$x(t) = B \text{ வவி} \left(\frac{\pi}{15}t\right)$$

இதை

$$x(t) = B \text{ உவவி} \left(\frac{\pi}{15}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

என்று எழுதி (14.7) ஆம் சமன்பாட்டுடன் ஒப்பிட்டு, இது B வீச்சகலமும் $30\,s$ சீரொழுங்கும் $-{}^{\pi}/_{2}$ தொடக்கக்கட்டமுமுள்ள ஒரு எளிய ஒத்திசையசைவு என்று காண்கிறோம்.



14.5 எளிய ஒத்திசையசைவில் திசைவேகமும் முடுக்கமும்

சீரான வட்டப்பாதையசைவிலுள்ள ஒரு துகளின் வேகம் அதன் கோணவேகத்தையும் (ω) வட்டத்தின் ஆரத்தையும் (A) பெருக்கியதற்கு சமம்.

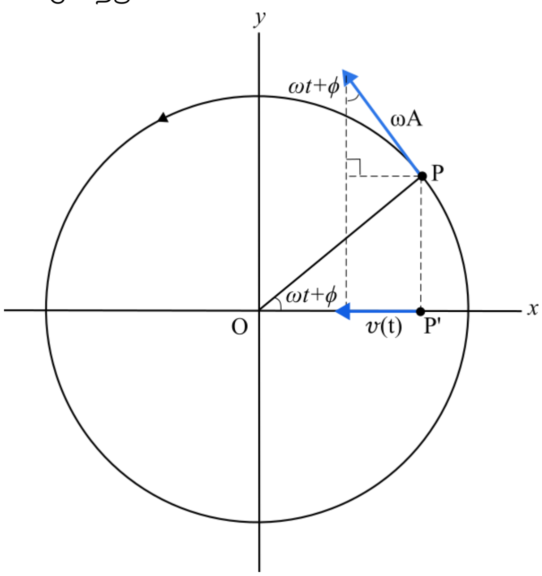
$$v = \omega A. \qquad (14.11)$$

t என்ற நேரத்தில் திசைவேகத்தின் $(\boldsymbol{v})$ திசை அந்த நேரத்தில் வட்டத்தில் துகள் இருக்கும்

புள்ளியின் தொடுகோட்டுக்கு நேராக இருக்கிறது. படம் 14.11இன் வடிவியலிலிருந்து t என்ற நேரத்தில் P' என்ற வீழ்ப்புத்துகளின் திசைவேகம்

$$v(t) = -\omega A \text{ வவி}(\omega t + \varphi) \qquad (14.12)$$

என்பது தெளிவாகிறது. இங்கு, எதிர்மக்குறி $v(t)$ நேர்ம x அச்சுக்கு எதிர்த்திசையில் இருப்பதை காட்டுகிறது.



படம் 14.11 P' என்ற துகளின் திசைவேகமான $v(t)$ஜ P என்ற நோக்கீட்டுத்துகளின் திசைவேகமான vயின் வீழ்ப்பாக காணல்

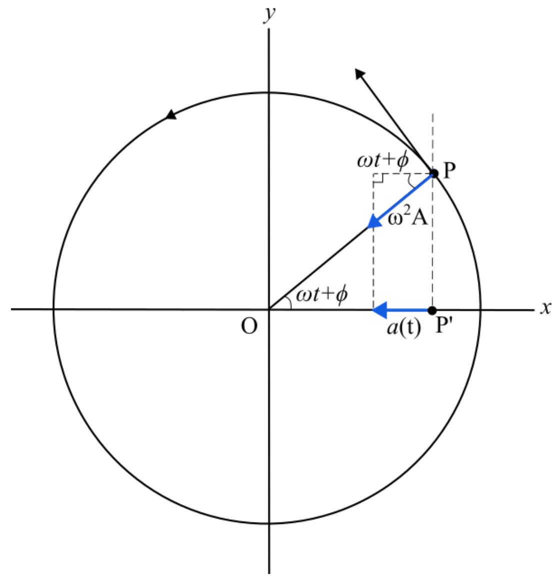
(14.12)ஆம் சமன்பாடு எளிய ஒத்திசையசைவுக்கு உள்ளாகும் துகளின் உடனடித்திசைவேகத்தை தருகிறது; அதன் இடப்பெயர்ச்சியை (14.7)ஆம் சமன்பாடு தருகிறது. (14.12)ஆம் சமன்பாட்டை வடிவிய விவாதங்களை பயன்படுத்தாமல் நேரடியாக (14.7)ஆம் சமன்பாட்டை tஜப்பொறுத்து வகையிட் டுப்பெறலாம்.

$$v(t) = \frac{d}{dt}x(t) \qquad (14.13)$$

நோக்கீட்டுவட்டமுறையை பயன்படுத்தி எளிய ஒத்திசையசைவுக்கு உள்ளாகும் துகளின் உடனடி முடுக்கத்தை பெறலாம். சீராக வட்டப்பாதையில் அசையும் P என்ற துகளின் மையநோக்கிய முடுக்கத் தின் பருமனளவு v^2/A, அதாவது $\omega^2 A$, என்பதையும் அது மையத்தை நோக்கி, அதாவது PO வுக்கு நேராக இருப்பதையும் அறிவோம். அப்படியெனில் P' என்ற வீழ்ப்புத்துகளின் உடனடியான முடுக்கம்

$$a(t) = -\omega^2 A \text{ உவவி}(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x(t) (14.14)$$

என்பதை படம் 14.12இலிருந்து காண்கிறோம்.



படம் 14.12 P' என்ற துகளின் முடுக்கமான $a(t)$ஜ நோக்கீட்டுத்துகளான Pயின் முடுக்கத்தின் வீழ்ப்பாக காணல்

(14.14)ஆம் சமன்பாடு எளிய ஒத்திசையசை வில் துகளின் முடுக்கத்தை தருகிறது. இதே சமன்பாட்டை (14.12)ஆம் சமன்பாடு தரும் திசைவேகத்தை வகையிட்டும் பெறலாம்.

$$a(t) = \frac{d}{dt}v(t) \qquad (14.15)$$

எளிய ஒத்திசையசைவிலுள்ள துகளின் முடுக்கம் அதன் இடப்பெயர்ச்சியின் விழுக்காட்டில் உள்ளது என்ற முக்கியமான பண்பை (14.14)இலிருந்து காண்கிறோம். $x(t) > 0$ என்றிருக்கும்போது $a(t) < 0$ என்றும் $x(t) < 0$ என்றபோது $a(t) > 0$ என்றும் இருக்கின்றன. இவ்வாறு, $-A$, A ஆகியவற்றிடையில் x இன் மதிப்பு எதுவாயிருந்தாலும் முடுக்கமான $a(t)$ எப்போதும் மையத்தை நோக்கி இருக்கிறது.

எளிமைக்காக, $\varphi = 0$ என்று வைத்து, $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$ ஆகியவற்றுக்கான கோவைகளை முறையே

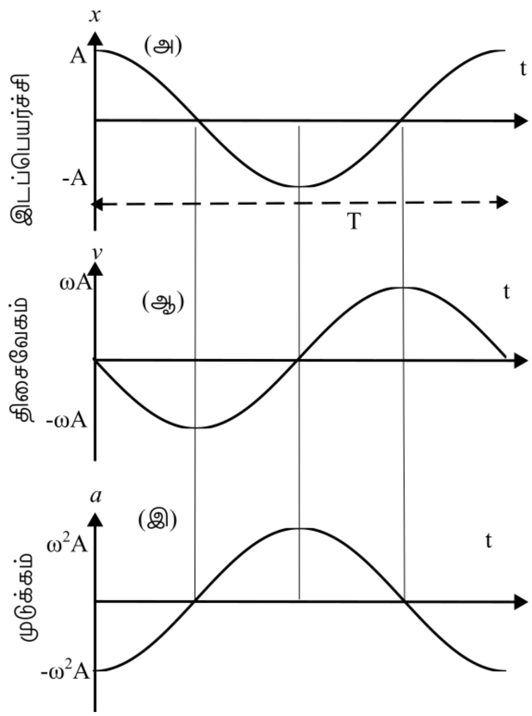
$$x(t) = A \text{ உவவி } \omega t$$

$$v(t) = -\omega\, A \text{ வவி } \omega t$$

$$a(t) = -\omega^2 A \text{ உவவி } \omega t$$

என்று எழுதுவோம். இவற்றுக்கு நிகரான வரைகோடுகளை படம் 14.13 காட்டுகிறது. எல்லா அளவுகளும் நேரத்துடன் வளைவடிவத் தில் மாறுகின்றன. அவற்றின் மீப்பெருமங்களும் கட்டங்களுமே வெவ்வேறானவை. $x(t)$இன் வீச்சு $-A$வுக்கும் Aவுக்குமிடையிலும், $v(t)$இன் வீச்சு $-\omega A$வுக்கும் ωAவுக்குமிடையிலும், $a(t)$இன் வீச்சு $-\omega^2 A$வுக்கும் $\omega^2 A$வுக்குமிடையிலும்

உள்ளன. இடப்பெயர்ச்சியின் வரைகோட்டி லிருந்து திசைவேக வரைகோட்டின் கட்டம் $\pi/2$ ஆலும் முடுக்கவரை கோட்டின் கட்டம் πயாலும் வேறுபடுகின்றன.



படம் 14.13 எளிய ஒத்திசையசைவிலுள்ள துகளின் இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம், முடுக்கம் ஆகியவற்றுக்கு ஒரே சீரொழுங்கும் வெவ்வேறு கட்டங்களும் உள்ளன.

சிக்கல் 14.5

ஒரு பொருள் கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டின்படி (அவ அலகுகளில்) எளிய ஒத்திசையசைவில் அலைகிறது.

$$x = 5\,\text{உவவி}(2\pi t + \pi/4)$$

$1.5\,s$ என்ற நேரத்தில் பொருளின் (அ) இடப்பெயர்ச்சி, (ஆ) வேகம், (இ) முடுக்கம் ஆகியவற்றை கணக்கிடுக.

தீர்வு

பொருளின் கோண அலைவெண் $\omega = 2\pi\, s^{-1}$; அதன் சீரொழுங்கு $T = 1\,s$.

$t = 1.5\,s$ என்றபோது,

(அ) இடப்பெயர்ச்சி

$$= (5.0\,m)\,\text{உவவி}\left(2\pi\, s^{-1} \times 1.5\,s + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= (5.0\,m)\,\text{உவவி}\left(3\pi + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= -5.0 \times 0.707\,m$$

$$= -3.535\,m$$

(ஆ) (14.12) ஆம் சமன்பாட்டிலிருந்து, பொருளின் வேகம்

$$= -(5.0\,m)(2\pi\, s^{-1})\,\text{வவி}\left(2\pi\, s^{-1} \times 1.5\,s + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= -(5.0\,m)(2\pi\, s^{-1})\,\text{வவி}\left(3\pi + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 10\,\pi \times 0.707\,m\,s^{-1}$$

$$= 22\,m\,s^{-1}$$

(இ) (14.14) ஆம் சமன்பாட்டிலிருந்து, பொருளின் முடுக்கம்

$$= -(2\pi\, s^{-1})^2 \times \text{இடப்பெயர்ச்சி}$$

$$= -(2\pi\, s^{-1})^2 \times (-3.535\,m) \qquad (14.16)$$

$$= 140\,m\,s^{-2} \qquad (14.17)$$

14.6 எளிய ஒத்திசையசைவுக்கான விசைவிதி

நியூட்டனின் இரண்டாம் அசைவுவிதியை யும் எளிய ஒத்திசையசைவுறும் துகளின் முடுக்கக்கோவையான (14.14)ஆம் சமன் பாட்டையும் பயன்படுத்தி எளிய ஒத்திசையசை வுறும் m நிறையுடைய துகளின்மீது செயலாற்றும் விசையை

$$F(t) = ma = -m\omega^2 x(t)$$

அதாவது,

$$F(t) = -k\,x(t) \qquad (14.18)$$

என்று பெறுகிறோம்; இங்கு

$$k = m\omega^2 \qquad (14.19)$$

அதாவது,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (14.20)$$

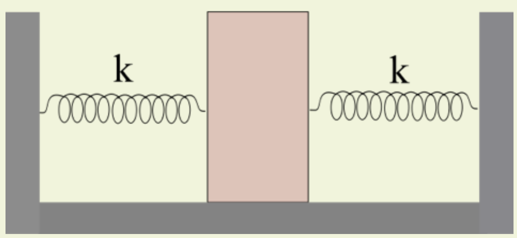
முடுக்கத்தைப்போலவே விசையும் எப்போதும் இடைம இடநிலையைநோக்கி இருக்கிறது; இதனால் எளிய ஒத்திசையசைவில் சில நேரங்களில் இதை மீளமைவிசை என்கிறோம். இதுவரை நாம் சொன்னதை சுருங்கவுரைக்க, எளிய ஒத்திசை யசைவை இடப்பெயர்ச்சிக்கான (14.7)ஆம் சமன் பாட்டாலோ விசைவிதிக்கான (14.18)ஆம் சமன்பாட்டாலோ இரண்டு சமானமான வழிகளில் வரையறுக்கலாம். (14.7)ஆம் சமன்பாட்டிலிருந்து (14.18)ஆம் சமன்பாட்டுக் குச்செல்ல இரண்டுமுறை வகையிட்டோம். அதேபோல் விசைவிதியான (14.18)ஆம் சமன்பாட்டை இரண்டுமுறை தொகையிடுவதன் மூலம் (14.7)ஆம் சமன்பாட்டை மீட்பெறலாம்.

(14.18) ஆம் சமன்பாட்டிலுள்ள விசை $x(t)$க்கு நேரிய விழுக்காட்டிலிருப்பதை நோக்குக. இதனால் இத்தகைய விசையால் அலையும் ஒரு துகளை நேரிய ஒத்திசையலைவி

என்கிறோம். நடைமுறையுலகில், எழும் விசைகளில் x^2, x^3, இன்னபிறவற்றின் விழுக் காட்டிலுள்ள சிறு உருபுகளும் இருக்கலாம். இவ்வாறான அலைவிகளை நேரியமற்ற அலைவிகள் என்கிறோம்.

சிக்கல் 14.6

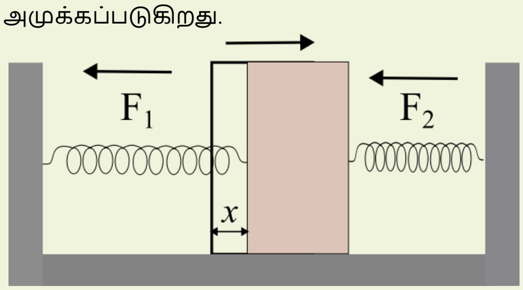
k என்ற விசைமாறிலியுள்ள இரண்டு முற்றொருமையான விற்சுருள்களை m நிறையுள்ள ஒரு கட்டையிலும் நிலையான சுவர்களுடனும் படம் 14.14இல் கண்டவாறு பொருத்துகிறோம். நிறையை அதன் சமநிலை யிலிருந்து எந்தப்பக்கத்துக்கும் இடப்பெயர்க் கும்போது அது ஒரு எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள்கிறது என்று காட்டுக. அலைவின் சீரொழுங்கை காண்க.



படம் 14.14

தீர்வு

நிறை சமநிலையின் வலப்பக்கம் x என்ற சிறு அளவுக்கு படம் 14.15இல் காட்டியவாறு இடம் பெயர்வதாக கொள்வோம். இந்த நிலைமையில் இடப்பக்கமுள்ள விற்சுருள் x அளவான நீளத்தால் இழுக்கப்படுகிறது; வலப்பக்கமுள்ளது அதே அளவுக்கு அமுக்கப்படுகிறது.



படம் 14.15

அப்படியெனில், நிறையின்மீது செயலாற்றும் விசைகள்

$F_1 = -kx$ (இடப்பக்க வில் செலுத்தும் விசை நிறையை இடைம நிலையை நோக்கி இழுக்க முயல்கிறது).

$F_2 = -kx$ (வலப்பக்க வில் செலுத்தும் விசை நிறையை இடைம நிலையை நோக்கி தள்ள முயல்கிறது).

இவ்வாறு, நிறையின் மீது செயலாற்றும் நிகர விசை $F = -2\,kx$

எனவே, நிறையின்மீது செயலாற்றும் விசை இடப்பெயர்ச்சியின் விழுக்காட்டிலும் இடைம இடநிலையை நோக்கியும் இருப்பதால் நிறை மேற்கொள்ளும் அசைவு எளிய ஒத்திசைவானது. அலைவின் சீரொழுங்குநேரம்

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$$

14.7 எளிய ஒத்திசையசைவில் ஆற்றல்

எளிய ஒத்திசையசைவில் துகளின் இயக்க வாற்றலும் இயன்மவாற்றலும் சுழியத்திலிருந்து தங்கள் மீப்பெரும மதிப்புகள்வரை மாறுகின்றன.

14.5ஆம் பகுதியில் எளிய ஒத்திசையசையும் துகளின் திசைவேகம் நேரத்தின் சீரொழுங்கான சார்பன் என்று கண்டோம். அது இடப்பெயர்ச்சி யின் மீயளவ மதிப்புகளில் சுழியமாகிறது. எனவே, இத்தகைய துகளின் இயக்கவாற்றலான

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \text{ வவி}^2(\omega t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2}kA^2 \text{ வவி}^2(\omega t + \varphi) \qquad (14.21)$$

என்பதும் நேரத்தின் ஒரு சீரொழுங்குச்சார்பன். இது இடப்பெயர்ச்சி மீப்பெருமமாயிருக்கும் போது சுழியமாகவும் துகள் இடைம இடநிலையில் இருக்கும்போது மீப்பெருமமாக வும் இருக்கிறது. Kஇல் vயின் குறி முக்கியமற்றது என்பதால் Kயின் சீரொழுங்கு $T/2$ என்பதை நோக்குக.

எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள்ளும் ஒரு துகளின் இயன்மவாற்றல் (U) என்ன? 6ஆம் படலத்தில் இயன்மவாற்றல் என்ற கருத்துரு பாதைசாரா விசைகளுக்கே சாத்தியம் என்று கண்டோம். விற்சுருளின் விசையான $K = -kx$ ஒரு பாதைசாரா விசை; அதனுடன் தொடர்பான இயன்மவாற்றல்

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (14.22)$$

எனவே, எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள் ளும் துகளின் இயன்மவாற்றல்

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \text{ உவவி}^2(\omega t + \varphi) \quad (14.23)$$

இவ்வாறு, எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள் ளும் துகளின் இயன்மவாற்றலும் சீரொழுங்கானது; இதன் சீரொழுங்குநேரம் $T/2$. இந்த இயன்மவாற்ற லின் மதிப்பு இடைம இடநிலையில் சுழியமும் மீயளவ இடப்பெயர்ச்சிகளில் மீப்பெருமமும் ஆகிறது.

(14.21) , (14.23) ஆகிய சமன்பாடுகளி லிருந்து அமைப்பின் மொத்த ஆற்றல்

$$E = U + K = \frac{1}{2}kA^2 \text{ உவவி}^2(\omega t + \varphi)$$

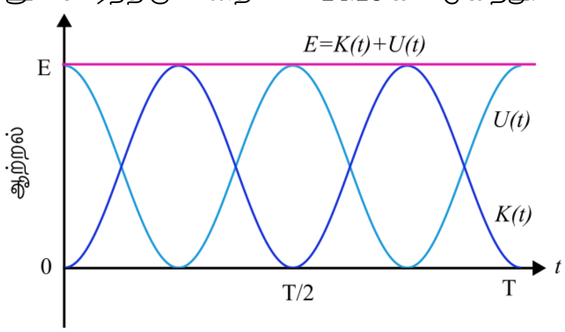
$$+ \frac{1}{2}kA^2 \text{ வவி}^2(\omega t + \varphi)$$

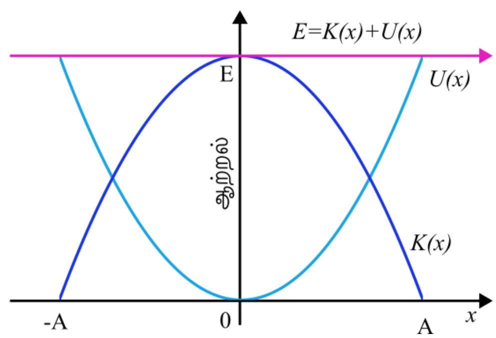
$$= \frac{1}{2} kA^2 [\text{உவவி}^2(\omega t + \varphi) + \text{வவி}^2(\omega t + \varphi)]$$

பழக்கமான முக்கோணவிய முற்றொருமையால், பகர அடைப்புக்குள்ளுள்ள கோவை ஒன்றுக்கு சமமாகிறது. எனவே,

$$E = \frac{1}{2} kA^2 \qquad (14.24)$$

இவ்வாறு ஒத்திசையலைவியின் மொத்த எந்திரவிய ஆற்றல் நேரத்தை சாரவில்லை; இதுவே ஒரு பாதைமாறா விசையால் ஏற்படும் அசைவில் நாம் எதிர்பார்ப்பது. ஒரு நேரிய எளிய ஒத்திசைவலைவியின் இயக்கவாற்றலும் இயன்மவாற்றலும் நேரத்துடனும் இடப்பெயர்ச்சியுடனும் சார்ந்திருப்பதை படம் **14.16** காட்டுகிறது.





படம் 14.16 எளிய ஒத்திசையசைவில் ஈடுபடும் ஒரு துகளின் இயக்கவாற்றல், இயன்மவாற்றல், மொத்த ஆற்றல் ஆகியவை (அ) நேரத்துடனும் (ஆ) இடப்பெயர்ச்சியுடனும் மாறுபடல். இயக்கவாற்றலும் இயன்மவாற்றலும் $T/2$ நேரத்துக்குப்பின் மீள்வருகின்றன. மொத்த ஆற்றல் எல்லா t, x மதிப்புகளுக்கும் மாறிலி.

எளிய ஒத்திசையசைவில் இயக்கவாற்றலும் இயன்மவாற்றலும் எப்போதும் நேர்மமாயிருப்பதை படம் **14.16**இல் காண்க. இயக்கவாற்றல் வேகத்தின் வர்க்கத்தின் விழுக்காட்டிலிருப்பதால் அது ஒருபோதும் எதிர்மமாகவியலாது. இயன்மவாற்றல் நேர்மமாயிருப்பது அதிலுள்ள மாறிலியை நேர்மமாக நாம் தேர்ந்துகொண்டதால். இயக்கவாற்றலும் இயன்மவாற்றலும் எளிய ஒத்திசையசைவின் சீரொழுங்குநேரத்தில் இரண்டுமுறை உச்சமடைகின்றன. $x = 0$ என்றபோது ஆற்றல் இயக்கவாற்றல்; $x = \pm A$ என்ற மீயளவங்களில் எல்லா ஆற்றலும் இயன்மவாற்றல். இந்த இரண்டு மீயளவ எல்லைகளுக்கிடையான அசைவின்போது இயக்கவாற்றல் குறைந்து இயன்மவாற்றல் அதிகரிப்பதோ திருப்பியவாறோ நிகழ்கிறது.

சிக்கல் 14.7

$1\ kg$ நிறையுள்ள ஒரு கட்டை ஒரு விற்சுருளுடன் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. விற்சுருளின் விசைமாறிலி $50\ N\ m^{-1}$. $t = 0$இல் ஓய்விலிருக்கும் கட்டையை $x = 0$ என்ற சமநிலையிலிருந்து $x = 10\ cm$க்கு உராய்வற்ற பரப்பில் இழுக்கிறோம். கட்டை இடைம இடநிலையிலிருந்து $5\ cm$இல் இருக்கும்போது அதன் இயக்கவாற்றல், இயன்மவாற்றல், மொத்த ஆற்றல் ஆகியவற்றை கணக்கிடுக.

தீர்வு

கட்டை எளிய ஒத்திசையசைவில் ஈடுபடுகிறது. (14.20)ஆம் சமன்பாட்டின்படி, அதன் கோண அலைவெண்

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{50\ N\ m^{-1}}{1\ kg}} = 7.07\ rad\ s^{-1}$$

அதன் இடப்பெயர்ச்சி t என்ற எந்த நேரத்திலும்

$$x(t) = 0.1\ \text{உவவி}(7.07\ t)$$

எனவே, துகள் இடைம இடநிலையிலிருந்து $5\ cm$ இருக்கும்போது

$$0.05 = 0.1\ \text{உவவி}(7.07\ t)$$

அதாவது,

$$\text{உவவி}(7.07\ t) = 0.5 = 1/2$$

எனவே,

$$\text{வவி}(7.07\ t) = \sqrt{1 - \frac{1}{2^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$$

அப்படியெனில், $x = 5\ cm$இல் கட்டையின் திசைவேகம்

$$= 0.1 \times 7.07 \times 0.866\ m\ s^{-1} = 0.61\ m\ s^{-1}$$

எனவே, கட்டையின் இயக்கவாற்றல்

$$= \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 1\ kg \times (0.61\ m\ s^{-1})^2 = 0.19\ J$$

கட்டையின் இயன்மவாற்றல்

$$= \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} [50\ N\ m^{-1} \times 0.05^2\ m^2]$$
$$= 0.0625\ J$$

$x = 5\ cm$இல் கட்டையின் மொத்த ஆற்றல் = இயக்கவாற்றல் + இயன்மவாற்றல்

$$= 0.25\ J$$

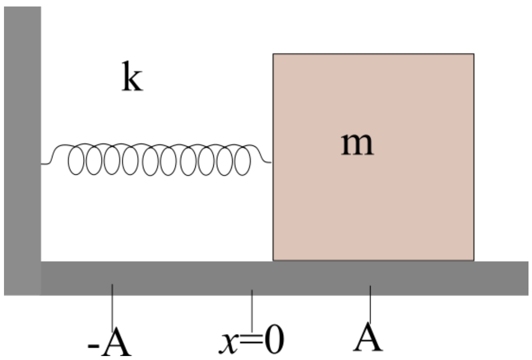
மீப்பெரும இடப்பெயர்ச்சியில் இயக்கவாற்றல் சுழியம் என்பதை அறிவோம்; எனவே அமைப்பின் மொத்த ஆற்றல் இயன்மவாற்றலுக்கு சமம். அந்த ஆற்றல்

$$= \frac{1}{2}[50\ N\ m^{-1} \times 0.1\ m \times 0.1\ m] = 0.25\ J$$

இது $5\ cm$ இல் இரண்டு ஆற்றல்களின் கூட்டுத்தொகைக்கு சமம். இது ஆற்றலின் அழியாக்காப்புக்கொள்கையுடன் ஒவ்வுகிறது.

14.8 எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள்ளும் சில அமைப்புகள்

முற்றிலும் தூய எளிய ஒத்திசையசைவுக்கு இயற்பியச்சான்றுகள் இல்லை. நடைமுறையில் சில நிலைமைகளில் தோராயமாக எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள்ளும் அமைப்பு களை எதிர்கொள்கிறோம். இந்தப்பகுதியில் பின்வருவதில் இவ்வாறான சில அமைப்புகள் மேற்கொள்ளும் அசைவுகளை உரையளிப்போம்.



படம் 14.17 ஒரு விற்சுருளில் பொருத்திய m நிறையுள்ள ஒரு கட்டையாலான ஒரு நேரிய எளிய ஒத்திசையலைவி. கட்டை ஒரு உராய்வற்ற பரப்பின்மீது அசைகிறது. கட்டையை இழுத்துவிடும்போதோ தள்ளிவிடும்போதோ அது எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள்கிறது.

14.8.1 விற்சுருளால் அலைவு

எளிய ஒத்திசையசைவின் மீயெளிய கண்டறிதகு சான்று படம் 14.17இல் காட்டியபடி நிலையான சுவரில் பொருத்திய ஒரு விற்சுருளில் பொருத்திய m நிறையுள்ள ஒரு கட்டையின் சிறு அலைவுகள். கட்டை உராய்வற்ற கிடைமட்ட பரப்பில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. கட்டையை ஒரு பக்கம் இழுத்து பின்பு விட்டால், அது இடைம இடநிலையைப்பற்றி முன்னும்பின்னுமான அசைவை மேற்கொள்கிறது. விற்சுருள் சமநிலையில் இருக்கும்போது கட்டையின் மையத்தின் இடநிலையை $x = 0$ குறிப்போம். $-A$ என்றும் $+A$ என்றும் குறித்த இடநிலைகள் இடைம இடநிலையிலிருந்து இடப்பக்கமும் வலப்பக்கமு மான மீயளவ இடப்பெயர்ச்சிகளை குறிக்கின்றன. விற்சுருளுக்கு தனித்துவப்பண்பு கள் இருப்பதையும் அவற்றை முதன்முதலில் இராபட்டு ஊக்கு என்ற ஆங்கிலேய இயற்பியலர் கண்டுபிடித்தார் என்பதையும் ஏற்கெனவே நீங்கள் படித்திருக்கிறீர்கள். இவ்வாறான அமைப்பு திரிபடையும்போது அது ஒரு மீளமைவிசைக்கு உட்படுவதையும் இந்த மீளமை விசையின் பருமனளவு திரிபாகிய இடப்பெயர்ச்சி யின் விழுக்காட்டில் இருப்பதையும் அது திரிபுக்கு எதிர்த்திசையில் செயலாற்றுவதையும் அவர் காட்டினார். இதை ஊக்கின் விதி என்று அழைக்கி றோம் (படம் 14.17). இது விற்சுருளின் நீளத்தின் ஒப்பீட்டில் சிறியதான இடப்பெயர்ச்சிகளுக்கு சரியாகிறது.

t என்ற எந்த நேரத்திலும் கட்டையின் இடைம இடநிலையிலிருந்து அதன் இடப்பெயர்ச்சி x எனில், கட்டையின்மீது செயலாற்றும் மீளமைவிசை

$$F(x) = -kx \qquad (14.25)$$

k என்ற விழுக்காட்டு மாறிலியை விசைமாறிலி என்கிறோம். அதன் மதிப்பு விற்சுருளின் மீண்மப்பண்புகளை தீர்மானிக்கின்றன. ஒரு கெட்டியான வில்லுக்கு பெரிய k யும் மென்மையான வில்லுக்கு சிறிய kயும் உள்ளன. (14.25)ஆம் சமன்பாடும் எளிய ஒத்திசையசைவின் விசைவிதியும் ஒன்றே. எனவே இந்த அமைப்பு எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள்கிறது. (14.20) ஆம் சமன்பாட்டிலிருந்து

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (14.26)$$

என்று பெறுகிறோம்; அலைவியின் T

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (14.27)$$

என்றாகிறது. கெட்டியான வில்களுக்கு பெரிய k மதிப்புகள் (விசைமாறிலிகள்) உள்ளன. ஒரு கெட்டியான வில்லில் பொருத்திய சிறுநிறையுள்ள கட்டைக்கு, (14.26) ஆம் சமன்பாட்டின்படி அலைவெண் அதிகம். இதையே நாம் இயல்பாகவும் எதிர்பார்ப்போம்.

சிக்கல் 14.8

ஒரு $5\ kg$ பட்டிகை $500\ N\ m^{-1}$ விசைமாறிலி யுள்ள ஒரு வில்லுடன் பொருந்தியிருக்கிறது. அது ஒரு கிடைமட்டத்தண்டில் உராய்வின்றி சறுக்கு கிறது. பட்டிகையை அதன் சமநிலையிலி ருந்து $10\ cm$ இழுத்து விடுகிறோம். (அ) அலைவின் அலைவெண், (ஆ) மீப்பெரும வேகம், (இ) பட்டிகையின் மீப்பெரும முடுக்கம் ஆகியவற்றை கணக்கிடுக.

தீர்வு

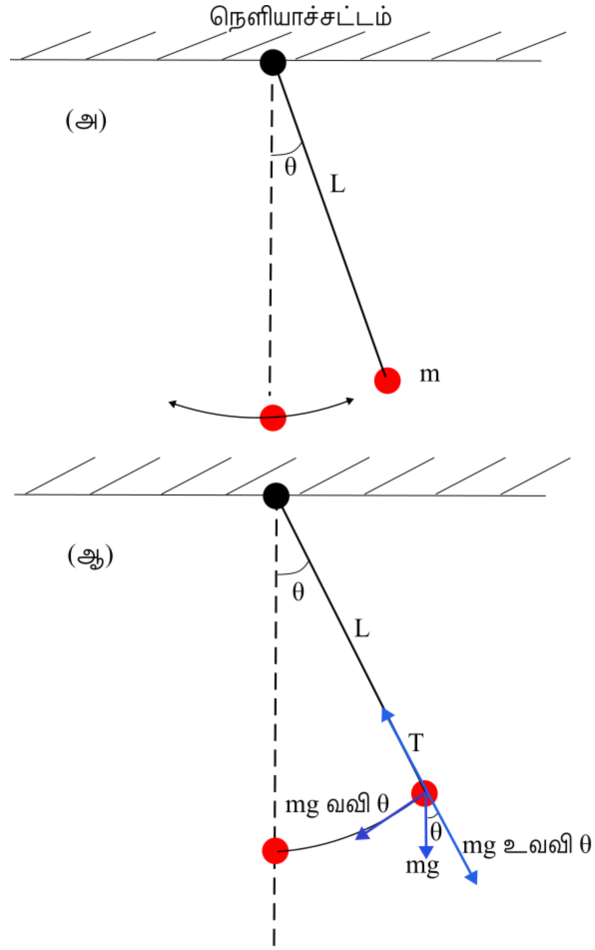
(அ) அலைவின் சீரொழுங்கை (14.27)ஆம் சமன்பாடு

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{5.0\ kg}{500\ N\ m^{-1}}} = \frac{2\pi}{10}\ s$$
$$= 0.63\ s$$
என்று தருகிறது. எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள்ளும் பட்டிகையின் திசைவேகம்
$$v(t) = -A\omega\ \text{வவி}(\omega t + \varphi)$$
(ஆ) மீப்பெரும வேகம்
$$v_{\text{மீ}} = A\omega = 0.1 \times \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.1 \times \sqrt{\frac{500\ N\ m^{-1}}{5\ kg}}$$
$$= 1\ m\ s^{-1}$$
இது $x = 0$இல் நிகழ்கிறது. சமநிலையிலிருந்து பட்டிகையின் இடப்பெயர்ச்சியான $x(t)$க்கு நிகரான முடுக்கம்
$$a(t) = -\omega^2 x(t) = -\frac{k}{m}x(t)$$
எனவே, மீப்பெரும முடுக்கம்
$$a_{\text{மீ}} = \frac{k}{m}A = \frac{500\ N\ m^{-1}}{5\ kg} \times 0.1\ m = 10\ m\ s^{-2}$$
இது கோடிமுனைகளில் (மீப்பெரும இடப்பெயர்ச்சிகளில்) நடைபெறுகிறது.

14.8.2 எளிய ஊசலி

ஒரு திருக்கோவிலில் ஊசலாடிய கொத்து விளக்கின் சீரொழுங்குநேரங்களை கலிலியோ தன் குருதித்துடிப்புகளால் அளந்ததாக சொல்வதுண்டு. கொத்துவிளக்கின் அசைவு சீரொழுங்காயிருந்ததை அவர் கண்டறிந்தார். இந்த அமைப்பு ஒருவகையான ஊசலி. ஒரு சிறு கல்லை ஒரு நீளமான இழுத்து நீட்டத்தகாத நூலில் கட்டி நீங்களே ஒரு ஊசலியை உண்டாக்கலாம். சுமார் $100\ cm$ நீளமுள்ள ஒரு நூலால் தயாரித்த உங்கள் ஊசலியை ஒரு நிலையான ஆதாரத்தில் கட்டி அது கட்டின்றி அலைவுறும்படி தொங்கவிடுங்கள். கல்லை ஒருபக்கமாக சிறு தொலைவுக்கு இடப்பெயர்த்து விட்டுவிடுக. கல் முன்னும்பின்னுமான அசைவை மேற்கொள்கிறது. இந்த அசைவு சுமார் இரண்டு நொடி இடைவெளியில் சீரொழுங்கானது.

இடைம இடநிலையிலிருந்து சிறிய இடப் பெயர்ச்சிகளுக்கு இந்த சீரொழுங்கசைவு எளிய ஒத்திசையசைவு என்று காட்டுவோம். ஒரு எளிய ஊசலியை கருதுவோம். இது L நீளமுள்ள இழுபடாத நூலில் கட்டிய m நிறையுள்ள சிறு குண்டு. நூலின் மறுநுனியை நிலையான நெளியாத ஆதாரத்தில் பொருத்தியிருக்கிறோம். குண்டு ஆதாரத்தின்வழி செல்லும் நெடுநிற்பக்கோட்டைப்பற்றிய ஒரு தளத்தில் அலைவுறுகிறது. இந்த அமைப்பை படம் 14.18(அ) காட்டுகிறது. படம் 14.18(ஆ) குண்டின்மீது செயலாற்றும் விசைகளை காட்டுகிறது; இது எளிய ஊசலிக்கான தனிப்பொருட்படவரைவு.



படம் 14.18 (அ) இடைம இடநிலையைப்பற்றி அலையும் ஒரு குண்டு. (ஆ) ஆரவிசையான $T - mg$ உவவி θ மையநோக்குவிசையை அளிக்கிறது; ஆனால் ஆதாரத்தைப்பற்றிய கோணவிசையை அளிக்கவில்லை. தொடுகோட்டு விசையான mg வவி θ மீளமைவிசையை வழங்குகிறது.

நூல் நெடுநிற்பத்துடன் தாங்கும் கோணத்தை θ என்க. குண்டு இடைம இடநிலையில் இருக்கும்போது $\theta = 0$. குண்டின்மீது இரண்டு விசைகளே செயலாற்றுகின்றன. அவை நூலுக்கு நேரான விறைப்பாகிய Tயும் புவியீர்ப்புவிசையான mgயும். mg என்ற விசையை நூலுக்கு நேரான mg உவவி θ என்ற அகையாகவும் அதற்கு செங்குத்தான mg வவி θ என்ற அகையாகவும் பிரிக்கலாம். குண்டின் அசைவு ஆதாரப்புள்ளியில் மையமும் L ஆரமுமுள்ள ஒரு வட்டத்துக்குநேராக இருப்பதால் குண்டுக்கு $\omega^2 L$ என்ற ஒரு ஆரமுடுக்கமும் ஒரு தொடுகோட்டு முடுக்கமும் உள்ளன. வட்டத்தின் வில்லுக்கு நேரான அசைவு சீரானதன்று என்பதால் தொடுகோட்டு முடுக்கம் தெளிவாகிறது. ஆரமுடுக் கத்தை நிகர ஆரவிசையான $T -$

mg உவவி θ தருகிறது; தொடுகோட்டு முடுக்கத்தை mg வவி θ தருகிறது. ஆதாரத்தைப் பற்றிய கோணவிசையில் பணியாற்றுவது வசதியானது; ஏனெனில் ஆரவிசை சுழியக் கோணவிசையை தருகிறது. ஆதாரத்தைப் பற்றிய கோணவிசையான τவை முற்றிலுமாக விசையின் தொடுகோட்டகை

$$\tau = -L(mg \text{ வவி } \theta) \qquad (14.28)$$

தருகிறது. இது கோண இடப்பெயர்ச்சியை மீளமைக்கும் கோணவிசை. இதனாலே எதிர்மக்குறி இருக்கிறது. சுழற்சியசைவுக்கான நியூட்டனின் விதியால்

$$\tau = I\alpha \qquad (14.29)$$

இங்கு, I அமைப்பின் ஆதாரத்தைப்பற்றிய கோணநிறை, α கோணமுடுக்கம். இவ்வாறு,

$$I\alpha - Lmg \text{ வவி } \theta$$

அதாவது,

$$\alpha = -\frac{mgL}{I} \text{ வவி } \theta \qquad (14.30)$$

இடப்பெயர்ச்சியான θ சிறியது என்று கொண்டால், (14.30) ஆம் சமன்பாட்டை நாம் எளிமையாக்கலாம். வவி θவை

$$\text{வவி } \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3} + \frac{\theta^5}{5} - \cdots \qquad (14.31)$$

என்று எழுதலாம் என்பதை நாம் அறிவோம்; இங்கு θ ஆரையனில் உள்ளது.

இப்போது, θ சிறியது எனில், வவி θ வை θ வாக தோராயமாக்கி (14.30) ஆம் சமன்பாட்டை

$$\alpha = -\frac{mgL}{I}\theta \qquad (14.32)$$

என்று எழுதலாம். அட்டவணை 14.1இல் θ என்ற கோணத்தின் பல மதிப்புகளை பாகையிலும் ஆரையனிலும் அவற்றின் வளைவிமதிப்புகளையும் காட்டியிருக்கிறோம். இந்த அட்டவணையிலிருந்தது, கோணத்தின் 20 பாகைவரையான மதிப்புகளுக்கு வவி θ கிட்டத்தட்ட θவின் **ஆரையன்** மதிப்புக்கு சமமாயிருப்பதை காண்கிறோம்.

அட்டவணை 14.1 θ என்ற கோணத்தின் சார்பனாக வவி θ

θ (பாகை)	θ (ஆரையன்)	வவி θ
0	0	0
5	0.087	0.087
10	0.174	0.174
15	0.262	0.259
20	0.349	0.342

எளிய ஒத்திசையசைவில் வீச்சகலம் எவ்வளவு சிறிதாயிருக்கவேண்டும்?

ஒரு எளிய ஊசலியின் சீரொழுங்கு நேரத்தை தீர்மானிக்க ஒரு பரிசோதனையை மேற்கொள் ளும்போது வீச்சகலத்தை சிறிதாக வைக்குமாறு ஆசிரியர் சொல்கிறார். ஆனால் எவ்வளவு சிறிதாயிருக்கவேண்டும் என்று எப்போதாவது சிந்தித்திருக்கிறீர்களா? வீச்சகலம் 5°, 2°, 1°, 0.5° ஆகியவற்றுள் எதுவாயிருக்கவேண்டுமா? அல்லது அது 10°, 20°, 30° ஆகியவற்றுளொன்றாக இருக்கலாமா?

இதை புரிந்துகொள்ள சிறிதிலிருந்து பெரிதுவரையான வெவ்வேறு வீச்சகலங்களில் அலைவுநேரத்தை (சீரொழுங்குநேரத்தை) அளந்து பார்ப்பது உதவலாம். பெரிய வீச்சகலங்களுக்கு ஊசலி நெடுநிறப்பத்தளத்தில் அலைவதாக பார்த்துக்கொள்ளவேண்டும். சிறிய வீச்சகலமுள்ள அசைவுகளின் அலைவுநேரத்தை $T(0)$ என்று குறித்து, பொதுவான θ_0 வீச்சகலமுள்ள அசைவின் அலைவுநேரத்தை $T(\theta_0) = cT(0)$ என்று எழுதுவோம்; இங்கு, c ஒரு பெருக்குக்காரணி. θ_0த்துக்கு எதிரில் cயின் மதிப்பை வரைகோடிட்டால், கீழ்க்காண்பதுபோன்ற மதிப்புகளை பெறலாம்:

θ_0	20°	45°	50°	70°	90°
c	1.02	1.04	1.05	1.10	1.18

இதிலிருந்து அலைவுநேரத்தில் பிழை 20° வீச்சகலத்தில் சுமார் 2%உம் 50°யில் 5%உம் 70°யில் 10%உம் 90°யில் 18%உம் இருப்பது தெரிகிறது.

பரிசோதனையில் $T(0)$ஐ ஒருபோதும் அளக்க வியலாது; ஏனெனில், சுழிய வீச்சகலம் அலைவின் மையை உள்ளுரைக்கிறது. கோட்பாட்டளவிலும், வவி θ முழுச்சரியாக θ வுக்கு சமமாவது $\theta = 0$க்கு மட்டுமே. மற்ற எல்லா θ மதிப்புகளுக்கும் ஒரு சிறு சரியளவின்மை இருக்கிறது. இந்த வேறுபாடு θ அதிகரிக்கும்போது அதிகரிக்கிறது. எனவே, எவ்வளவு பிழையை சகிக்கலாம் என்று நாம் முடிவுசெய்யவேண்டும். கச்சிதமான சரியளவுள்ள அளவீடு சாத்தியமன்று. நாம் வேறு சில கேள்விகளையும் கருதவேண்டும். நிறுத்தக்கடி காரத்தின் துல்லியம் என்ன? நிறுத்தக்கடிகா ரத்தை தொடக்குவதிலும் நிறுத்துவதிலும் நம் துல்லியம் என்ன? இந்த மட்டத்தில் உங்கள் அளவீடுகளின் துல்லியம் 5%முதல் 10%ஐவிட சிறந்ததன்று என்பதை காண்பீர்கள். 50° வீச்சகலத்தில் ஊசலின் சீரொழுங்குநேரம் சிறு வீச்சகல மதிப்பின் 5% க்குமேல் அதிகரிக்காததை மேற்கண்ட அட்டவணை காட்டுவதால் நம் பரிசோதனைகளில் 50°க்கு மிகாத வீச்சகலங்களை பயன்படுத்தலாம்.

(14.32) ஆம் சமன்பாடு கணிதப்படி (14.14)ஆம் சமன்பாட்டுக்கு சமானமானது; ஒரே வேறுபாடு மாறி இங்கு கோணமாறி என்பது. எனவே, சிறு θவுக்கு குண்டின் அசைவு எளிய ஒத்திசைவானது என்று நிறுவியிருக்கிறோம். (14.32), (14.14)ஆகிய சமன்பாடுகளிலிருந்து

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{I}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgL}} \qquad (14.33)$$

என்று பெறுகிறோம்.

எளிய ஊசலியின் நூல் நிறையற்றது என்பதால் கோணநிறை $I = mL^2$. (14.33) ஆம் சமன்பாடு எளிய ஊசலியின் சீரொழுங்கு நேரத்துக்காக

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (14.34)$$

என்ற நாம் நன்கறிந்த வாய்ப்பாட்டை தருகிறது.

சிக்கல் 14.9

நொடியைக்காட்ட அசையும் எளிய ஊசலியின் நீளம் என்ன?

தீர்வு

(14.34)ஆம் சமன்பாட்டிலிருது எளிய ஊசலியின் சீரொழுங்குநேரத்தை

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

என்று காண்கிறோம். இந்த உறவிலிருந்து

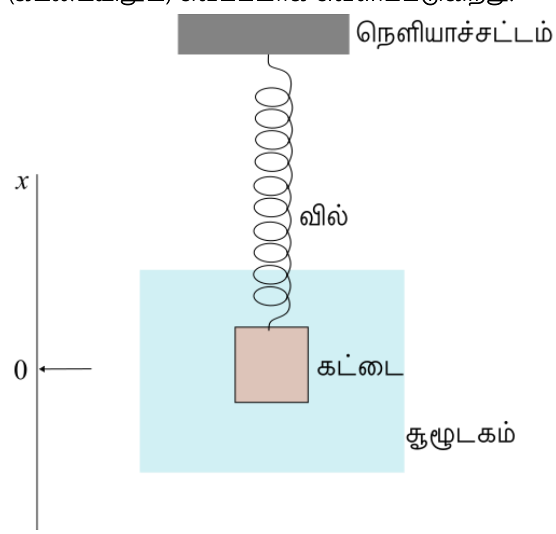
$$L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$$

என்பதை பெறுகிறோம். நொடியைக்காட்ட அசையும் எளிய ஊசலியின் சீரொழுங்குநேரம் $2\ s$. எனவே, $g = 9.8\ m\ s^{-2}$, $T = 2\ s$ என்று வைத்து

$$L = \frac{9.8\ m\ s^{-2} \times 4\ s^2}{4\pi^2} = 1\ m$$

14.9 வீச்சுக்குறையும் எளிய ஒத்திசையசைவு

எளிய ஊசலி வளியில் ஊசலாடும்போது வீச்சுக்குறைந்து இறுதியில் நின்றுவிடுவதை நாம் அறிவோம். இது ஏன் நிகழ்கிறது? இது வளியின் இழுமையும் ஆதாரத்தின் உராய்வும் ஊசலியின் அசைவை எதிர்த்து ஆற்றலை படிப்படியாக வெளிக்கசிவிப்பதால் ஏற்படுகிறது. ஊசலி வீச்சுக்குறையும் அலைவை மேற்கொள்வ தாக சொல்கிறோம். வீச்சுக்குறையும் அலைவுக ளில் அமைப்பின் ஆற்றல் தொடர்ச்சியாக வெளிக்கசிகிறது; ஆனால் சிறு வீச்சுக்குறைவுக ளுக்கு அலைவு தோராயமாக சீரொழுங்காகிறது. வெளிக்கசிவுவிசைகள் பொதுவாக உராய்வு விசைகள். அலைவியின் அசைவு களில் இத்தகைய புறவிசைகளின் விளைவுகளை புரிந்துகொள்ள படம் 14.19இல் காட்டிய அமைப்பை கருதுக. இங்கு k விசைமாறிலியுள்ள ஒரு மீண்ம வில்லுடன் பொருத்தப்பட்ட m நிறையுள்ள ஒரு கட்டை. நெடுநிற்பமாக அலைவுறுகிறது. கட்டையை சிறிது கீழே இழுத்து விட்டால் அதன் அலைவின் கோண அலைவெண் (14.26) ஆம் சமன்பாட்டின்படி $\omega = \sqrt{k/m}$. ஆனால், நடைமுறையில் சூழ்ந்திருக்கும் ஊடகம் (வளி) கட்டையின் அசைவின்மீது ஒரு வீச்சுக்குறைவிசையை செலுத்துகிறது; கட்டைவில் லமைப்பின் எந்திரவியவாற்றல் குறைகிறது. இந்த ஆற்றலிழப்பு சூழூடகத்தில் (கட்டையிலும்) வெப்பமாக வெளிப்படுகிறது.



படம் 14.19 சூழ்ந்திருக்கும் பாகுமவூடகம் அலையும் வில்லில் வீச்சுக்குறைவிசையை செலுத்தி இறுதியில் நிற்கச்செய்கிறது.

வீச்சுக்குறைவிசை சூழூடகத்தின் தன்மையை சார்ந்திருக்கிறது. கட்டை நீர்மத்தில் மூழ்கியிருந் தால் வீச்சுக்குறைப்பின் பருமனளவு மிகவும் அதிகமாயிருக்கும்; ஆற்றற்கசிவு விரைவாயிருக்கும். வீச்சுக்குறைவிசை பொதுவாக குண்டின் திசை வேகத்தின் விழுக்காட்டில் இருக்கிறது. (10.19) ஆம் சமன்பாடு தரும் தோக்கசின் விதியை நினைவு கொள்க இந்த விசை திசைவேகத்தின் எதிர்த்திசையில் செயலாற்றுகிறது. வீச்சுக்குறைவிசையை $\boldsymbol{F_d}$ என்று குறித்தால்

$$\boldsymbol{F_d} = -b\boldsymbol{v} \qquad (14.35)$$

இங்கு, நேரிய மாறிலியான b ஊடகத்தின் பாகுமை போன்ற சிறப்பியல்புகளையும் கட்டையின் அளவையும் வடிவத்தையும்

சார்ந்தது. (14.35)ஆம் சமன்பாடு வழக்கமாக சிறு திசைவேகங்களுக்கே சரியாகிறது.

படம் 14.19இல் காட்டியபடி ஒரு வில்லில் m என்ற நிறையை தொங்கவிடும்போது வில் சற்றே நீண்டு O என்ற இடத்தில் நிலைப்படைகிறது. இது நிறையின் சமநிலையான இடநிலை இப்போது நிறையை சற்று கீழிறக்கினாலோ மேலுயர்த்தி னாலோ வில்லிலிருந்து நிறையின்மீது செயலாற்றும் மீளமை விசை $\boldsymbol{F}_s = -k\boldsymbol{x}$; இங்கு $\boldsymbol{x}$ நிறையின் சமநிலையி லிருந்து இடப்பெயர்ச்சி. இவ்வாறு, t என்ற நேரத்தில் நிறையில் செயலாற்றும் விசை $\boldsymbol{F} = -k\boldsymbol{x} - b\boldsymbol{v}$.

t என்ற நேரத்தில் நிறையின் முடுக்கம் $\boldsymbol{a}(t)$ எனில், அசைவின் திசையில் நியூட்டனின் அசைவுவிதியை பயனாக்கி

$$m\,a(t) = -k\,x(t) - b\,v(t) \qquad (14.36)$$

என்று பெறுகிறோம். இங்கு ஒற்றைப்பருமான அசைவை கருதுவதால் திசையக்குறியீட்டை விட்டுவிட்டோம்.

$v(t)$ க்கும் $a(t)$ க்கும் $x(t)$ இன் முறையே முதல் வகையீட்டையும் இரண்டாம் வகையீட்டையும் பயன்படுத்தி

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0 \qquad (14.37)$$

என்பதை பெறுகிறோம். இந்த சமன்பாட்டின் தீர்வு திசைவேகத்தின் விழுக்காட்டிலுள்ள வீச்சுக்குறை விசையால் உந்தப்படும் கட்டையின் அசைவை விவரிக்கிறது. இந்த தீர்வு

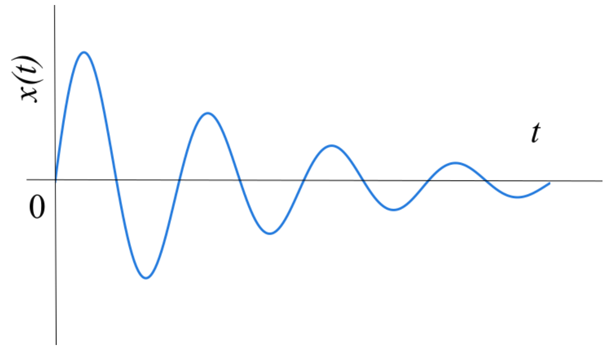
$$x(t) = Ae^{-(b/2m)t}\,\text{உவவி}(\omega' t + \varphi) \qquad (14.38)$$

என்ற வடிவிலிருப்பதாக காண்கிறோம்; இங்கு A வீச்சகலம், ω' வீச்சுக்குறையலைவியின் கோண அலைவெண். இந்த அலைவெண்ணை

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \qquad (14.39)$$

தருகிறது. இந்த சார்பனில் உடன்வளைவிச்சார்ப னின் சீரொழுங்குநேரம் $2\pi/\omega'$. சரியாகச் சொன்னால் $x(t)$ என்ற சார்பனில் சீரொழுங்கு இல்லை; ஏனெனில் $e^{-(b/2m)t}$ என்ற காரணி நேரத்துடன் தொடர்ச்சியாக குறைகிறது. ஆனால், T என்ற ஒரு சீரொழுங்குநேரத்தில் நிகழும் இந்த குறைவு சிறியது எனில், (14.38) ஆம் சமன்பாடு குறிப்பிடும் அசைவு தோராயமாக சீரொழுங்கானது.

(14.38)ஆம் சமன்பாடு தரும் தீர்வை படம் 14.20 வரைபடமாக காட்டுகிறது. இதை நேரத்துடன் படிப்படியாக குறைந்துவரும் $Ae^{-(b/2m)t}$ என்ற வீச்சகலமுள்ள ஒரு உடன்வளைவிச்சார்பனாக கருதலாம்.



படம் 14.20 ஒரு வீச்சுக்குறையலைவி தோராயமாக சீரொழுங்கானது; அதன் வீச்சகலம் குறைந்துகொண்டே வருகிறது. வீச்சுக்குறைவு அதிகமாகும்போது அலைவுகள் விரைவில் நின்றுவிடுகின்றன.

வீச்சுக்குறைவற்ற அலைவியின் எந்திரவிய ஆற்றல் $^1/_2\,kA^2$. வீச்சுக்குறையலைவிக்கு வீச்சகலம் மாறிலியாக இல்லாமல் நேரத்தை சார்ந்திருக்கிறது. சிறு வீச்சுக்குறைவுகளுக்கு வீச்சகலத்தை $Ae^{-(b/2m)t}$ எனக்கொண்டு இதே கோவையை பயன்படுத்தலாம். அதாவது,

$$E(t) = \frac{1}{2}k\,A^2e^{-(b/m)t} \qquad (14.40)$$

இந்த சமன்பாடு அமைப்பின் மொத்த ஆற்றல் நேரத்துடன் அடுக்கமாக குறைவதை காட்டுகிறது. சிறு வீச்சுக்குறைவு என்பதன் பொருள் $b/\sqrt{km}$ என்ற அலகற்ற விகிதம் 1ஐவிட மிகக்குறைவாயிருக்க வேண்டும்.

எதிர்பார்க்கும்படியே, $b = 0$ என்று வைத்தால் இந்தப்பகுதியிலுள்ள வீச்சுக்குறை யலைவியின் எல்லாச்சமன்பாடுகளும் நிகரான வீச்சுக்குறைவற்ற அலைவியின் சமன்பாடுக ளாக குறைகின்றன.

சிக்கல் 14.10

படம் 14.19இல் காட்டிய வீச்சுக்குறை யலைவிக்கு குண்டின் நிறை $m = 200\,g$, $k = 90\,N\,m^{-1}$, வீச்சுக்குறைப்புமாறிலி $b = 40\,g\,s^{-1}$. (அ) அலைவுநேரம் (ஆ) அதிர்வின் வீச்சகலம் தொடக்கமதிப்பிலிருந்து பாதியாக குறைய ஆகும் நேரம் (இ) எந்திரவிய ஆற்றல் தொடக்க மதிப்பிலிருந்து பாதியாக குறைய ஆகும் நேரம் ஆகியவற்றை கணக்கிடுக.

தீர்வு

(அ) $k\,m = 90\,N\,m^{-1} \times 0.2\,kg$

$= 18\,kg\,N\,m^{-1} = 18\,kg^2\,s^{-2}$

எனவே, $\sqrt{km} = 4.243\,kg\,s^{-1}$

$b = 0.04\,kg\,s^{-1}$; இது $\sqrt{km}$ ஐவிட மிகச் சிறியதாயிருப்பதால் சீரொழுங்குநேரத்தை (14.39)ஆம் சமன்பாட்டிலிருந்து

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.2\ kg}{90\ N\ m^{-1}}}$$

என்று பெறுகிறோம்.

(ஆ) (14.38) ஆம் சமன்பாட்டின்படி, வீச்சகலம் பாதியாக குறையும் நேரம்

$$T_{1/2} = -\frac{ln\ ^1/_2}{b/2m} = \frac{0.693}{40} \times 2 \times 200\ s = 6.93\ s$$

(இ) எந்திரவியவாற்றல் பாதியாகக்குறையும் நேரத்தை $\left(t_{1/2}\right)$ கணக்கிட (14.40)ஆம் சமன்பாட்டை பயன்படுத்துவோம்.

$$E\left(t_{1/2}\right)/E(0) = exp\left(-{}^b/_m\, t_{1/2}\right)$$

எனவே,

$$t_{1/2} = \frac{0.693}{40\ g\ s^{-1}} \times 200\ g = 3.46\ s$$

இது வீச்சகலம் பாதியாகக்குறைய ஆன நேரத்தில் பாதி. இதில் வியப்பில்லை; ஏனென்றால், (14.38), (14.40) ஆம் சமன்பாடுகளின்படி, ஆற்றல் வீச்சகலத்தின் வர்க்கத்தை சார்ந்தது. இரண்டு அடுக்கச்சார்பன்களின் அடுக்கங்களும் 2 என்ற காரணியால் வேறுபடுவதை நோக்குக.

14.10 விசையூட்டிய அலைவுகளும் ஒத்தலைவும்

எளிய ஊசலையோ வில்லில் பொருத்திய கட்டையையோ போன்ற ஒரு அமைப்பை அதன் சமநிலையிலிருந்து இடம்பெயர்த்து விடும்போது அது தன் இயல்பான அலைவெண்ணில் (ω) அலைவுறுகிறது. இந்த அலைவுகளை **கட்டற்ற அலைவு**கள் என்கிறோம். வீச்சுக்குறைவிசைகள் எப்போதும் இருப்பதால் எல்லா கட்டற்ற அலைவுகளும் இறுதியில் நின்றுவிடுகின்றன. ஆனால், அமைப்புக்கு வெளியிலிருந்து செயலாற்றும் ஒரு புறமுகவம் இந்த அலைவுகளை நிலைக்கச்செய்யலாம். இவற்றை நாம் விசையூட்டிய அலைவுகள் என்கிறோம். புறவிசை $\omega_{பு}$ என்ற அலைவெண்ணுடன் சீரொழுங் கானதாயிருக்கும் வேற்றுநிலையை கருதுவோம். விசையூட்டிய சீரொழுங்கலைவின் ஒரு முக்கியமான உண்மை என்னவென்றால், அமைப்பு தன் இயல்பான அலைவெண்ணாகிய ωவுடன் அலைவுறாமல் $\omega_{பு}$ என்ற புறவலைவெண்ணுடன் அலைவுறுகிறது; கட்டற்ற அலைவுகள் வீச்சுக்குறைப்பால் நின்றுவிடுகின்றன. ஒரு பிள்ளை ஊஞ்சலில் ஆடும்போது தன் கால்களால் தரையில் உதைப்பதோ வேறு யாரும் தள்ளிவிடுவதோ விசையூட்டிய அலைவின் பழக்கமான சான்று.

ஒரு வீச்சுக்குறையலைவின்மீது நேரத்துடன் சீரொழுங்காக மாறுவதும் F_0 என்ற வீச்சகலமுள்ளது மான $F(t)$ என்ற ஒரு புறவிசையை செலுத்தவதாக கொள்வோம். இவ்வாறான விசையை

$$F(t) = F_0\ \text{உவவி}\ \omega_{பு}t \qquad (14.41)$$

என்று குறிக்கலாம்.

நேரிய மீளமைவிசை, வீச்சுக்குறைவிசை, (14.41)ஆம் சமன்பாடு குறிக்கும் நேரஞ்சார்ந்த ஒட்டுவிசை ஆகியவை சேர்ந்து செயலாற்றுவதால் ஏற்படும் துகளசைவு

$$m\,a(t) = -kx(t) - bv(t) + F_0\ \text{உவவி}\ \omega_{பு}t \quad (14.42)$$

என்றாகிறது. முடுக்கத்தை dx^2/dt^2 ஆல் மாற்றிட்டு மாற்றடுக்கி

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = F_o\ \text{உவவி}\ \omega_{பு}t \qquad (14.43)$$

என்று பெறுகிறோம். இது $\omega_{பு}$ என்ற (கோண) அலைவெண்ணுள்ள புறவிசை செயலாற்றுவதும் m நிறையுள்ளதுமான அலைவியின் சமன்பாடு. அலைவி தொடக்கத்தில் ω என்ற தன் இயல்பலை வெண்ணுடன் அலைவுறுகிறது. சீரொழுங்கான புறவிசை செயலாற்றும்போது இயல்பலைவெண் ணுள்ள அலைவுகள் நின்றபின் அலைவி சீரொழுங்கான புறவிசையின் கோணவலைவெண் ணுடன் அலைவுறுகிறது. இயல்பலைவுகள் அடங்கிய பின் அதன் இடப்பெயர்ச்சியை

$$x(t) = A\ \text{உவவி}\left(\omega_{பு}t + \varphi\right) \qquad (14.44)$$

தருகிறது; இங்கு t புறவிசை செயலாற்றத்தொடங்கியதிலிருந்து அளந்த நேரம்.

வீச்சகலம் விசையூட்டலைவெண்ணாகிய $\omega_{பு}$, இயல்பலைவெண்ணாகிய ω ஆகியவற்றின் சார்பன். அது

$$A = \frac{F_0}{\left(m^2\left(\omega^2 - \omega_{பு}^2\right)^2 - \omega_{பு}^2 b^2\right)^{\frac{1}{2}}} \qquad (14.45)$$

என்பதாக கணித அலசல் காட்டுகிறது. மேலும்

$$\text{தொவி}\ \varphi = \frac{-v_0}{\omega_{பு}x_0} \qquad (14.46)$$

இங்கு m துகளின் நிறை, v_0 , x_0 ஆகியவை புறவிசை செயலாற்றத்தொடங்கும் $t = 0$இல் முறையே துகளின் திசைவேகமும் இடப்பெயர்ச்சியும். (14.45) ஆம் சமன்பாடு விசையூட்டிய அலைவியின் வீச்சகலம் புறவிசையின் (கோண) அலைவெண்ணை சார்ந்திருப்பதை காட்டுகிறது. $\omega_{பு}$ ωவிலிருந்து தொலைவிலிருக்கும்போதும் அதன் அருகிலிருக்கும் போதும் அலைவியின் வெவ்வேறு நடத்தைகளை காண்கிறோம். இந்த இரண்டு வேற்றுவங்களையும் கருதுவோம்.

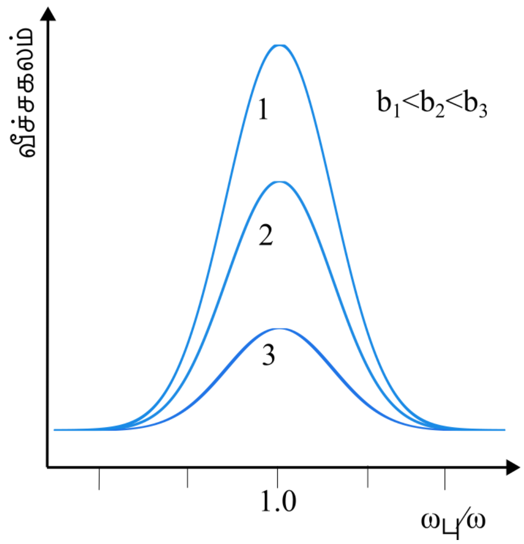
(அ) **சிறு வீச்சுக்குறைப்பு, ஓட்டலைவெண் இயலலைவெண்ணிலிருந்து தொலைவில்**: இந்த வேற்றுவத்தில் $m\left(\omega^2 - \omega_{பு}^2\right)$ ஐவிட $\omega_{பு}b$

மிகச்சிறியது என்பதால் இதை நாம் புறக்கணிக்கலாம். அப்படியெனில், (14.45)ஆம் சமன்பாடு

$$A = \frac{F_0}{m\left(\omega^2 - \omega_{ப}^2\right)} \qquad (14.47)$$

என்று குறைகிறது.

படம் 14.21 அலைவியின் வீச்சகலம் ஓட்டுவிசையின் அலைவெண்ணை சார்ந்திருப் பதை அமைப்பில் வெவ்வேறு அளவான வீச்சுக்குறைப்புகள் இருக்கும் நிலைமைகளில் காட்டுகிறது. எல்லா வேற்றுவங்களிலும் $\omega_{ப}/\omega = 1$ என்ற *ஒத்தலைவு*நிலைமையில் வீச்சகலம் மீப்பெருமமாயிருப்பதை நோக்கலாம். இந்த படத்திலுள்ள வளைவரைகள் வீச்சுக்குறைப்பு சிறிதாயிருக்கும்போது ஒத்தலைவுச்சி உயரமாக வும் குறுகலாகவுமிருப்பதை காட்டுகின்றன.



படம் 14.21 ஓட்டுவிசையின் கோண அலைவெண்ணின் சார்பனாக விசையூட்டிய அலைவியின் இடப்பெயர்ச்சியின் வீச்சகலம். $\omega_{ப}/\omega = 1$ என்ற ஒத்தலைவுநிலைமையில் வீச்சகலம் மீப்பெருமம். மூன்று வளைவரைவுகளும் அமைப்பில் வெவ்வேறு அளவான வீச்சுக்குறைப்பு இருப்பதற்கு நிகரானவை. 1,3 ஆகிய வளைவரைகள் அமைப்பில் முறையே மீச்சிறுமமும் மீப்பெருமமுமான வீச்சுக்குறைப்புகள் இருப்பதற்கு நிகரானவை.

ஓட்டலைவெண்ணை மாற்றிக்கொண்டே வந்தால், அது இயல்பலைவெண்ணை நெருங்கும் போது வீச்சகலம் முடிவிலியை நெருங்குகிறது. இது சுழிய வீச்சுக்குறைப்புள்ள நல்லியல்பு வேற்றுவம். இது நடைமுறையில் ஒருபோதும் எழுவதில்லை; ஏனெனில் வீச்சுக்குறைப்பி ஒருபோதும் கச்சிதமாக சுழியமாவதில்லை. ஊஞ்சலாடும்போது உங்கள் உதைப்பின் நேரம் ஊஞ்சலின் சீரொழுங்கு நேரத்துடன் ஒத்திருக் கும்போது ஊஞ்சல் மீப்பெரும வீச்சகலத்தை அடைவதை நீங்கள் கவனித்திருப் பீர்கள். இந்த வீச்சகலம் பெரிதாயிலும் அது முடிவிலியன்று; ஏனெனில் உங்கள் ஊஞ்சலில் எப்போதும் ஓரவாவது வீச்சுக்குறைப்பு இருக்கிறது. இது (ஆ)வேற்றுவத்தில் தெளிவாகும்.

(ஆ) **ஓட்டலைவெண் இயலலைவெண்ணரு கில்:** $\omega_{ப}$ ω வுக்கு அருகிலிருந்தால் $m\left(\omega^2 - \omega_{ப}^2\right)$ எந்தவொரு காரணத்துவமான bமதிப்புக்கும் $\omega_{ப}b$யைவிட மிகச்சிறிது. அப்போது (14.45)ஆம் சமன்பாடு

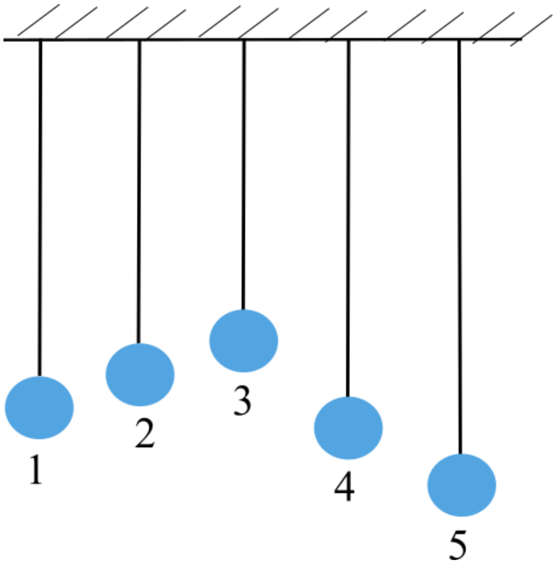
$$A = \frac{F_0}{\omega_{ப} b} \qquad (14.48)$$

என்று குறைகிறது. இது ஒரு குறிப்பிட்ட ஓட்டலைவெண்ணுக்கு சாத்தியமான மீப்பெரும வீச்சகலத்தை ஓட்டலைவெண்ணும் வீச்சுக் குறைப்பும் தீர்மானிக்கின்றன என்பதையும் வீச்சகலம் ஒருபோதும் முடிவிலியாகவில்லை என்பதையும் காட்டுகிறது. ஓட்டுவிசையின் அலைவெண் அலைவியின் இயல்பலைவெண் ணின் அருகில் இருக்கும்போது வீச்சகலம் அதிகரிக்கும் தோற்றப்பாட்டை **ஒத்தலைவு** என்கிறோம்.

நம் அன்றாட வாழ்வில் ஒத்தலைவு பங்குபெறும் தோற்றப்பாடுகளை எதிர்கொள்கி றோம். ஊஞ்சல் களைப்பற்றிய நம் பட்டறிவு ஒரு நல்ல சான்று. அதிக உயரத்துக்கு ஊஞ்சலாடும் திறமை நீங்கள் தரையில் உந்தும் தாளத்தை ஊஞ்சலின் இயல்பான அலைவெண்ணுடன் உடன்காலமாக்குவதில் இருப்பதை நீங்கள் உணர்ந்திருக்கலாம்.

இந்த உண்மையை மேலும் எடுத்துக்காட்ட, வெவ்வேறு நீளங்களுள்ள ஐந்து ஊசலிகளை ஒரு பொதுக்கயிற்றிலிருந்து படம் 14.22இல் காட்டியபடி தொங்கவிடுவோம். 1, 4 என்று குறியிட்ட ஊசலிகள் ஒரே நீளமுள்ளவை; மற்றவை இவற்றிலிருந்து வேறுபடுகின்றன. இப்போது 1 என்ற ஊசலியை அசைத்து விடுவோம். இந்த ஊசலியிலிருந்து ஆற்றல் கயிற்றின்வழியே மாற்றலாகிறது; மற்ற ஊசலிகளும் அலையத்தொடங்குகின்றன. ஓட்டுவிசை இணைப் புக்கயிற்றின்வழியாக செல்கிறது. இந்த விசையின் அலைவெண் முதல் ஊசலி அலையும் அலைவெண் ணுக்கு சமம். 2, 3, 5 ஆகிய ஊசலிகளின் மறுவினைகளை கவனிப்போம். முதலில் அவை தம் இயல்பலைவெண்ணில் வெவ்வேறு வீச்சகலங் களுடன் அலையத்தொடங்குகின்றன. ஆனால் இந்த அசைவு படிப்படியாக வீச்சுக்குறைந்து மறைந்துவிடுகிறது. அவற்றின் அலைவெண்கள் படிப்படியாக மாறி இறுதியில் முதலூசலியின் அலைவெண்ணில் அலைகின்றன. அதாவது இவை ஓட்டுவிசையின் அலைவெண்ணில் ஆனால் வெவ்வேறு வீச்சகலங்களில் அலைகின்றன. நான்காம் ஊசலியின் மறுவினை

இவற்றிலிருந்து வேறுபட்டது. அது முதல் ஊசலியின் அலைவெண்ணிலே அலைகிறது; அதன் வீச்சகலம் படிப்படியாக அதிகரித்து ஒரு பெருமதிப்பை அடைகிறது. ஒத்தலைவுபோன்ற மறுவினையை காண்கிறோம். இது ஓட்டலைவெண் இயல்பலை வெண்ணை ஒத்திருப்பதால் நிகழ்கிறது.



படம் 14.22 பொது ஆதாரத்தில் தொங்கும் வெவ்வெறு நீளங்களுள்ள ஐந்து எளிய ஊசலிகள்

இதுவரை நாம் ஒரே ஒரு இயல்பலைவெண் ணுள்ள அமைப்புகளையே கருதினோம். பொதுவாக, ஒரு அமைப்புக்கு பல இயல்பலைவெண்கள் இருக்கலாம். இதுபோன்ற அமைப்புகளுக்கு அதிரும் கம்பிகள், வளித் தம்பங்கள் போன்ற சான்றுகளை அடுத்த படலத்தில் காண்பீர்கள். கட்டடம், பாலம், வானூர்தி போன்ற எந்தவொரு எந்திரவியக்கட்ட மைப்புக்கும் பல சாத்தியமான இயல்பலை வெண்கள் இருக்கலாம். ஒரு சீரொழுங்கான புறவிசையோ கலக்கமோ அமைப்பை விசையூட்டிய அலைவை மேற்கொள்ளச்செய்யும். விசையூட்டும் அலைவெண் அமைப்பின் இயல்பலைவெண்களுள் ஒன்றாயிருக்க நேரிட்டால் அலைவின் வீச்சகலம் வெகுவாக அதிகரித்து (ஒத்தலைவு) அமைப்புக்கு சேதமுண்டாக் கலாம். இதனாலே படைவீரர்கள் பாலத்தை கடக்கும்போது அணிவகுப்புநடையை கைவிடுகி றார்கள். இதே காரணத்தால் ஒரு நிலநடுக்கம் ஒரு பகுதியில் ஒரேவிதமான பொருள்களால் ஒரே வலுவில் கட்டப்பட்ட வெவ்வேறு கட்டடங்களுக்கு சீரான பாதிப்பை ஏற்படுத்துவதில்லை. ஒரு கட்டடத்தின் இயல்பலைவெண்கள் அதன் உயரம் போன்ற அளவுகளையும் கட்டுமானப்பொருள்களின் தன்மைகளையும் சார்ந்தவை. நிலநடுக் கலையின் அலைவெண்ணுக்கு அருகில் இயல்பலைவெண்களுள்ள கட்டடங்களுக்கு அதிக பாதிப்பு நேர்கிறது.

சுருக்கவுரை

1. மீள்வரும் அசைவை சீரொழுங்கசைவு என்கிறோம்.
2. ஒரு முழு அலைவுக்கு, அதாவது ஒரு முழுச்சுற்றுக்கு, ஆகும் நேரத்தை சீரொழுங்குநேரம் (T) என்கிறோம். இது அலைவெண்ணுடன் $T = {}^{1}/_{\nu}$ என்ற தொடர்புள்ளது. சீரொழுங்கசைவின் (அலைவின்) அலைவெண் ஒரு அலகுநேரத்தில் நிகழும் அலைவுகளின் எண்ணிக்கை. இதை எரிசு என்ற அவவலகில் அளக்கிறோம்.
$$1 \text{ எரிசு} = 1\,Hz = \text{ நொடிக்கு ஒரு அலைவு} = 1\,s^{-1}$$
3. எளிய ஒத்தலைவசைவில் ஒரு துகளின் சமநிலையிலிருந்து இடப்பெயர்ச்சியை
$$x(t) = A \text{ உவவி}(\omega t + \varphi) \qquad \text{(இடப்பெயர்ச்சி)}$$
தருகிறது; இங்கு, A இடப்பெயர்ச்சியின் *வீச்சகலம்*, $(\omega t + \varphi)$ அசைவின் *கட்டம்*, φ *கட்டமாறிலி*. கோண அலைவெண் (ω) அசைவின் சீரொழுங்குநேரத்துடனும் அலைவெண்ணுடனும்
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$
என்ற உறவுள்ளது.
4. எளிய ஒத்திசையசைவை சீரான வட்டப்பாதையசைவின் விட்டவீழ்ப்பாகவும் கருதலாம்.
5. எளிய ஒத்திசையசைவின்போது துகளின் திசைவேகத்தையும் முடுக்கத்தையும் நேரத்தின் சார்பன்களாக
$$v(t) = -\omega A \text{ வவி } (\omega t + \varphi) \qquad \text{(திசைவேகம்)}$$
$$a(t) = -\omega^2 A \text{ உவவி}(\omega t + \varphi) \qquad \text{(முடுக்கம்)}$$
ஆகியவை தருகின்றன. இவ்வாறு, எளிய ஒத்திசையசைவில் ஈடுபடும் ஒரு துகளின் திசைவேகமும் முடுக்கமும் சீரொழுங்கான சார்பன்கள். திசைவேகத்தின் வீச்சளவு $v_m = \omega A$; முடுக்கத்தின் வீச்சளவு $a_m = \omega^2 A$.

6. ஒரு எளிய ஒத்திசையசைவியின்மீது செயலாற்றும் விசை இடப்பெயர்ச்சியின் விழுக்காட்டிலுள்ளது; எப்போதும் அசைவின் மையத்தைநோக்கி இருக்கிறது.
7. எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள்ளும் ஒரு துகளுக்கு எந்த நேரத்திலும் இயக்கவாற்றல் $K = \frac{1}{2}mv^2$; இயன்மவாற்றல் $U = \frac{1}{2}kx^2$. உராய்வு இல்லாவிட்டால், Kயும் Uவும் நேரத்துடன் மாறினாலும் அமைப்பின் எந்திரவிய ஆற்றலாகிய $E = K + U$ மாறிலி.
8. $F = -kx$ என்ற ஊக்கின் விதிப்படியான மீளமைவிசையுடன் அலையும் m நிறையுள்ள ஒரு துகள்

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

என்றுள்ள ஒரு எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள்கிறது. இவ்வாறான அமைப்பை ஒரு நேரிய அலைவி என்றும் அழைக்கிறோம்.
9. சிறு கோணங்களில் ஊசலாடும் எளிய ஊசலியின் அசைவு தோராயமாக எளிய ஒத்திசையசைவு. அலைவின் சீரொழுங்குநேரம்

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

10. ஒரு நடைமுறையான அலைவமைப்பில் எந்திரவிய ஆற்றல் அலைவின்போது இழுமை போன்ற புறவிசைகளால் குறைந்து வெப்ப ஆற்றலாக வெளியேறுகிறது. இவ்வாறான அலைவியும் அதன் அசைவும் வீச்சுக்குறைபவை என்கிறோம். வீச்சுக்குறைவிசை $F_d = -bv$ என்றவாறு இருந்தால், அலைவியின் இடப்பெயர்ச்சி

$$x(t) = Ae^{-\frac{bt}{2m}} \text{உவவி}(\omega' t + \varphi)$$

இங்கு, v அலைவியின் திசைவேகம், b வீச்சுக்குறைப்புமாறிலி, ω' வீச்சுக்குறையலைவியின் கோண அலைவெண்

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

வீச்சுக்குறைப்புமாறிலி சிறியதாயிருக்கும்போது $\omega' = \omega$ என்றவாறு வீச்சுக்குறையாத அலைவியின் அலைவெண்ணுக்கு சமமாகிறது. வீச்சுக்குறையலைவியின் எந்திரவாற்றல்

$$E(t) = \frac{1}{2}kA^2e^{-bt/m}$$

11. கோண அலைவெண் ω_d உள்ள ஒரு புறவிசை இயல்பான அலைவெண் ω உள்ள ஒரு அலைவியமைப்பின்மீது செயலாற்றும்போது அமைப்பு ω_d என்ற அலைவெண்ணுடன் அலைகிறது. ஒத்தலைவு நிலைமையான $\omega_d = \omega$ என்றிருக்கும்போது அலைவுகளின் வீச்சகலம் மீப்பெருமமாகிறது.

இயற்பிய அளவு	அடையாளம்	அளவை	அலகு	குறிப்பு
சீரொழுங்குநேரம்	T	$[T]$	s	அசைவு மீள்வரும் மீக்குறைந்த நேரம்
அலைவெண்	$\nu,\ f$	$[T^{-1}]$	s^{-1}	$\nu = \frac{1}{T}$
கோண அலைவெண்	ω	$[T^{-1}]$	s^{-1}	$\omega = 2\pi\nu$
கட்டமாறிலி	φ	அலகற்றது	ஆரையன்	எளிய ஒத்திசையசைவில் இடப்பெயர்ச்சிக்கட்டத்தின் தொடக்கமதிப்பு
விசைமாறிலி	k	$[MT^{-2}]$	$N\ m^{-1}$	எளிய ஒத்திசையசைவு, $F = -kx$

உங்கள் சிந்தனைக்கு

1. T என்ற சீரொழுங்குநேரம் அசைவு மீள்வரும் மீக்குறைந்த நேரம், அப்படியெனில், அசைவு ஒவ்வொரு nT நேரத்துக்குப்பின்னும் மீள்வருகிறது; இங்கு n ஒரு முழுவெண்.

2. எந்தவொரு சீரொழுங்கசைவும் எளிய ஒத்திசையசைவன்று. $F = -kx$ என்ற விதிக்கு கட்டுப்படும் சீரொழுங்கசைவே எளிய ஒத்திசையசைவு.
3. வட்டப்பாதையசைவு கோள்களின் அசைவில் இருப்பதுபோல் புரட்டுவர்க்கவிசையால் ஏற்படலாம். அது இருபருமானத்தில் $-m\omega^2 r$ க்குச்சமமான எளிய ஒத்தலைவுவிசையாலும் ஏற்படலாம். இந்த வேற்றுவத்தில், x, y என்ற இரண்டு செங்குத்துத்திசைகளில் தோன்றும் அசைவுகள் $\pi/2$ கட்டவேறுபாட்டில் இருக்கவேண்டும். சான்றாக, $-m\omega^2 r$ என்ற விசைக்குட்பட்ட ஒரு துகள் $(0, A)$ என்ற இடநிலையில் $(\omega A, 0)$ என்ற திசைவேகத்துடன் தொடங்கினால், அது A ஆரமுள்ள வட்டத்தில் சீராக அசையும்.
4. ஒரு குறிப்பிட்ட ω மதிப்புள்ள நேரிய எளிய ஒத்திசையசைவுக்கு அதன் அசைவை முற்றிலும் தீர்மானிக்க இரண்டு வரைக்கட்டுகள் தேவையானவையும் போதுமானவையும். இந்த வரைக்கட்டுகள் (அ) தொடக்க இடநிலையும் தொடக்க திசைவேகமும் (ஆ) வீச்சகலமும் கட்டமும், (இ) ஆற்றலும் கட்டமும் ஆகியவற்றுள் ஒன்றாக இருக்கலாம்.
5. மேற்கண்ட 4ஆம் புள்ளியிலிருந்து வீச்சகலமும் ஆற்றலும் தெரிந்தால், தொடக்க இடநிலையிலும் திசைவேகத்திலுமிருந்து அசைவின் கட்டத்தை தீர்மானிக்கலாம்.
6. குறிப்பற்ற வீச்சகலங்களும் கட்டங்களுமுள்ள இரண்டு எளிய ஒத்திசையசைவுகளின் சேர்க்கை சீரொழுங்காயிருப்பது கட்டாயமில்லை. ஒன்றின் அலைவெண் மற்றதன் அலைவெண்ணின் முழுவெண்மடங்காயிருக்கும்போது மட்டுமே சேர்க்கை சீரொழுங்கானது. ஆனால், ஒரு சீரொழுங்கசைவை தகுந்த வீச்சகலங்களுள்ள முடிவிலி எண்ணிக்கையான ஒத்திசையசைவுகளின் கூட்டலாக எழுதலாம்.
7. எளிய ஒத்திசையசைவின் சீரொழுங்குநேரம் வீச்சகலத்தையோ ஆற்றலையோ கட்டமாறிலியையோ சார்ந்திருக்கவில்லை. இது நிரையீர்ப்பால் இயங்கும் கோள்களின் சுற்றுப்பாதைகளின் சீரொழுங்குநேரங்களுக்கு மாறானது (கெப்பிளரின் மூன்றாம் விதி).
8. ஒரு எளிய ஊசலியின் அசைவு சிறு கோண இடப்பெயர்ச்சிகளுக்கு எளிய ஒத்திசைவானது.
9. ஒரு துகளின் அசைவு எளிய ஒத்திசைவானதாயிருக்க, அதன் இடப்பெயர்ச்சியான x கீழ்க்கண்டவற்றுள் ஒரு வடிவத்தில் இருக்கவேண்டும்.

$$x = A \text{ உவவி } \omega t + B \text{ வவி } \omega t$$

$$x = A \text{ உவவி}(\omega t + \alpha)$$

$$x = B \text{ வவி}(\omega t + \varphi)$$

   இந்த மூன்று வடிவங்களும் முற்றிலும் சமானமானவை. இவற்றுள் ஒவ்வொன்றையும் மற்றவொன்றின் வடிவத்தில் மாற்றி எழுதலாம்.

   இவ்வாறு, வீச்சுக்குறையும் எளிய ஒத்தலைவசைவு (14.36)ஆம் சமன்பாடு)) கண்டிப்பான ஒத்தலைவசைவன்று; $2m/b$ஐவிட குறைவான நேர இடைவெளிகளுக்கு அது தோராயமாக ஒத்தலைவாகிறது. இங்கு b வீச்சுக்குறைவுமாறிலி.
10. விசையூட்டிய அலைவுகளில் துகளின் சீருறுதிநிலையசைவு (தொடக்க அலைவுகள் மடிந்தபின்) ஒரு எளிய ஒத்திசையசைவு. இதன் அலைவெண் ஓட்டலைவெண்ணாகிய $\omega_{\text{ட}}$; துகளின் இயல்பலைவெண்ணாகிய ω அன்று.
11. சுழிய வீச்சுக்குறைவாகிய நல்லியல்பான வேற்றுவத்தில், ஒத்தலைவின்போது எளிய ஒத்திசையசைவின் வீச்சகலம் முடிவிலி. எல்லா உண்மையான அமைப்புகளிலும் சிறிதளவாவது வீச்சுக்குறைப்பு இருப்பதால் இந்த நிலைமையை நாம் காண்பதில்லை.
12. விசையூட்டிய அலைவில் துகளின் ஒத்திசையசைவின் கட்டம் ஓட்டுவிசையின் கட்டத்திலிருந்து மாறுபடுகிறது.

பயிற்சிகள்

14.1 கீழ்க்கண்டவற்றுள் எவை சீரொழுங்கசைவின் சான்றுகள்?

- **a.** ஒரு நீச்சலாளர் ஆற்றின் ஒரு கரையிலிருந்து மற்றதற்கு நீந்தி திரும்பி வருவது.
- **b.** தடங்கலின்றி தொங்கும் ஒரு பட்டைக்காந்தத்தை அதன் தென்வடக்கான திசையிலிருந்து இடம்பெயர்த்து பிறகு விடுவிப்பது.
- **c.** ஒரு ஐதரசமூலக்கூறு தன் நிறைமையத்தைப்பற்றி சுழல்வது.

d. வில்லிலிருந்து விடுபட்ட அம்பு.

14.2 கீழ்க்கண்ட சான்றுகளுள் எவை (கிட்டத்தட்ட) எளிய ஒத்திசையசைவை குறிக்கின்றன? எவை ஒத்திசையசைவற்ற சீரொழுங்கசைவை குறிக்கின்றன?

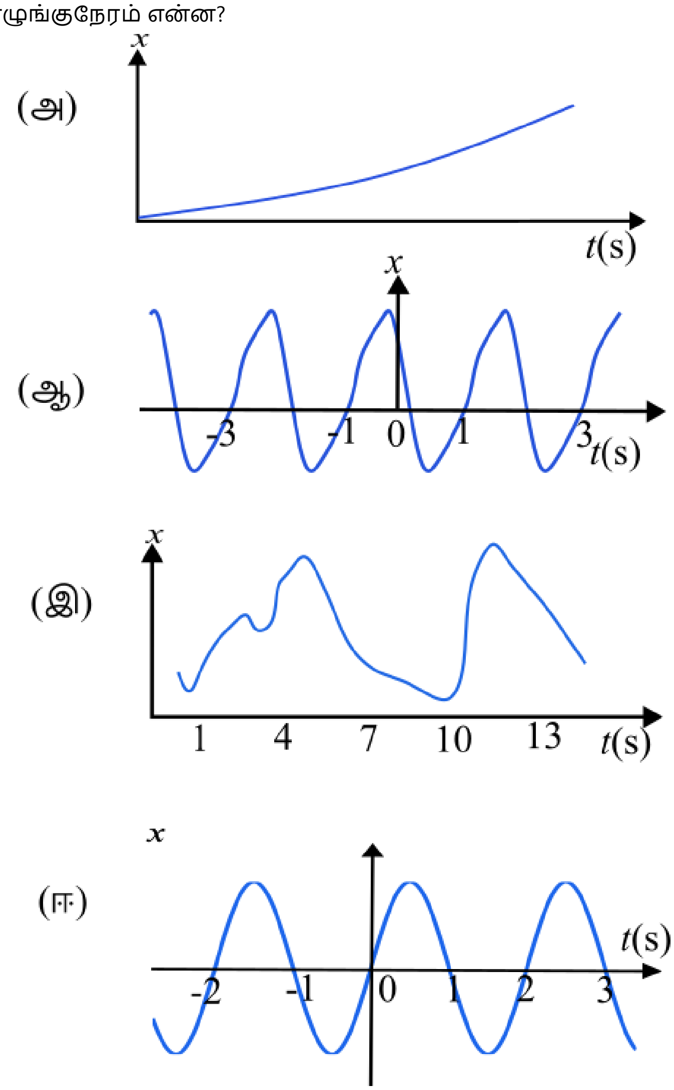
a. புவியின் அச்சில் அதன் சுழற்சி.

b. ஒரு வளைபகரக்குழாயில் அலையும் பாதரசத்தம்பத்தின் அசைவு.

c. ஒரு வழவழப்பான வளைந்த கிண்ணத்தின் அடிப்புள்ளியிலிருந்து சற்று மேலே விடுவித்த ஒரு மணித்தாங்கிக்குண்டின் அசைவு

d. ஒரு பலவணுமூலக்கூறின் சமநிலையான இடநிலையிலிருந்து பொதுவான அதிர்வுகள்.

14.3 படம் 14.23 ஒரு துகளின் நேரிய அசைவுக்கான நான்கு x t வரைகோடுகளை காட்டுகிறது. இவற்றுள் எவை சீரொழுங்கசைவை குறிக்கின்றன? அவற்றில் அசைவின் சீரொழுங்குநேரம் என்ன?



படம் 14.23

14.4 கீழ்க்கண்ட நேரச்சார்பன்களுள் எவை (அ) எளிய ஒத்திசையசைவை, (ஆ) எளிய ஒத்திசைவற்ற சீரொழுங்கசைவை, (இ) சீரொழுங்கற்ற அசைவை குறிக்கின்றன? ஒவ்வொரு சீரொழுங்கசைவுக்கும் சீரொழுங்குநேரத்தை தருக. (ω ஒரு நேர்ம மாறிலி).

a. வவி ωt − உவவி ωt

b. வவி^{3} ωt

c. 3 உவவி$\left(\pi/_4 - 2\omega t\right)$

d. உவவி $\omega t +$ உவவி $3\omega t +$ உவவி $5\omega t$

e. அடுக்க$(-\omega^2 t^2)$

f. $1 + \omega t + \omega^2 t^2$

14.5 ஒரு துகள் $10\ cm$ இடைவெளியிலுள்ள A, B என்ற இரண்டு புள்ளிகளிடையில் நேரிய எளிய ஒத்திசையசைவில் ஈடுபடுகிறது. A யிலிருந்து B யைநோக்கிய திசையை நேர்ம x ஆகக்கொண்டு, கீழ்க்கண்ட நிலைமைகளில் அதன் திசைவேகம், முடுக்கம், விசை ஆகியவற்றின் திசைகளை தருக.

a. A என்ற நுனியில்

b. B என்ற நுனியில்

c. ABயின் நடுப்புள்ளியில் Aயை நோக்கி போகும்போது

d. Bயிலிருந்து $2\ cm$ தொலைவில் Aயைநோக்கி போகும்போது

e. Aயிலிருந்து $3\ cm$ தொலைவில் Bயைநோக்கி போகும்போது

f. Bயிலிருந்து $4\ cm$ தொலைவில் Aயைநோக்கி போகும்போது

14.6 ஒரு துகளின் முடுக்கத்துக்கும் (a) இடப்பெயர்ச்சிக்குமுள்ள (x) கீழ்க்கண்ட உறவுகளுள் எவை எளிய ஒத்திசையசைவை காட்டுகின்றன?

a. $a = 0.7\ x$

b. $a = -200\ x^2$

c. $a = -10\ x$

d. $a = 100\ x^3$

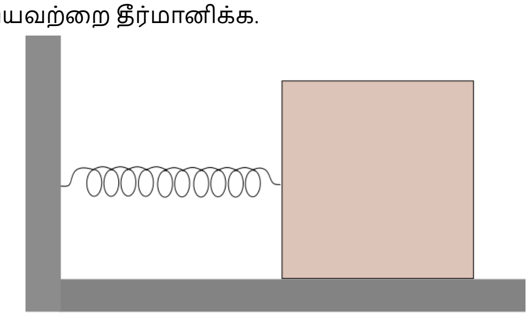
14.7 எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள்ளும் ஒரு துகளின் அசைவை

$$x(t) = A \text{ உவவி}(\omega t + \varphi)$$

என்ற இடப்பெயர்ச்சிச்சார்பன் விவரிக்கிறது. துகளின் தொடக்க $(t = 0)$ இடநிலை $1\ cm$உம் தொடக்கத்திசைவேகம் $\omega\ cm\ s^{-1}$உம் எனில், அதன் வீச்சகலமும் தொடக்கக்ககட்டமும் யாவை? துகளின் கோண அலைவெண் $\pi\ s^{-1}$. உடன்வளைவிச்சார்பனுக்குப்பதிலாக எளிய ஒத்திசையசைவை விவரிக்க $x(t) = B$ வவி$(\omega t + \alpha)$ என்ற வளைவிச்சார்பனை நாம் தேர்ந்தால், மேற்கண்ட தொடக்கநிலவரத்துடன் துகளின் வீச்சகலமும் தொடக்கக்கட்டமும் யாவை?

14.8 ஒரு விற்சுருட்டராசின் (விற்சுருளால் ஆன தராசின்) குறிக்கோடுகள் சுழியத்திலிருந்து $50\ kg$ வரை உள்ளன. தராசின் நீளம் $20\ cm$. தராசில் தொங்கவிடப்பட்ட ஒரு பொருள் இழுத்து விடப்பட்டபோது $0.6\ s$ சீரொழுங்கில் அலைகிறது. பொருளின் எடை என்ன?

14.9 $1200\ N\ m^{-1}$ விசைமாறிலியுள்ள ஒரு விற்சுருளை ஒரு கிடைமட்ட மேசையில் படம் 14.24இல் காட்டியபடி பொருத்துகிறோம். விற்சுருளின் மறுபக்கத்தில் $3\ kg$ நிறையை இணைக்கிறோம். நிறையை பக்கவாட்டில் $2.0\ cm$ இழுத்து விடுவிக்கிறோம். (அ) அலைவின் அலைவெண் (ஆ) நிறையின் மீப்பெரும முடுக்கம் (இ) நிறையின் மீப்பெரும வேகம் ஆகியவற்றை தீர்மானிக்க.



படம் 14.24

14.10 மேலுள்ள 14.9ஆம் பயிற்சியில் விற்சுருள் நீளாமலிருக்கும்போது நிறை இருக்கும் இடநிலையை $x = 0$ என்றும் இடமிருந்து வலப்பக்கத்தை xஅச்சின் நேர்மமாகவும் எடுப்போம். நாம் நிறுத்தக்கடிகாரத்தை தொடக்கும் $(t = 0)$ நேரத்தில் நிறை

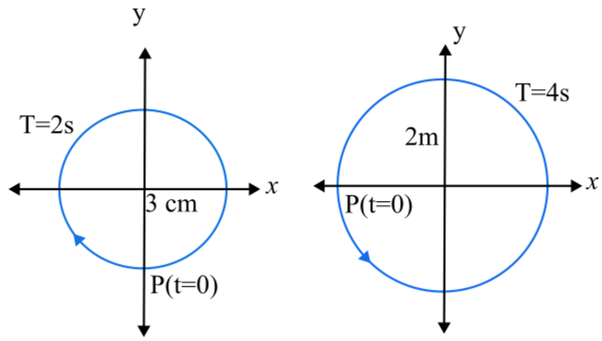
a. இடைம இடநிலையில்

b. மீயதிகமாக நீட்டிய இடநிலையில்

c. மீயதிகமாக குறுக்கிய இடநிலையில்

இருந்தால், அலையும் நிறையின் xஐ நேரத்தின் சார்பனாக தருக.

14.11 படம் 14.25இலுள்ள படவரைவுகள் இரண்டு வட்டப்பாதையசைவுகளுக்கு நிகரானவை. ஒவ்வொரு படமும் வட்டத்தின் ஆரம், சுழற்சிநேரம், தொடக்க இடநிலை, சுழற்சியின் வசம் (அதாவது வலஞ்சுழியா இடஞ்சுழியா என்பது) ஆகியவற்றை காட்டுகின்றது. ஒவ்வொரு வேற்றுவத்திலும் சுழலும் துகளான Pயின் ஆரத்திசையனின் xவீழ்ப்புக்கு நிகரான எளிய ஒத்திசையசைவை பெறுக.



படம் 14.25

14.12 எளிய ஒத்திசையசைவின் கீழ்க்கண்ட ஒவ்வொரு வேற்றுவத்துக்கும் நிகரான நோக்கீட்டு வட்டத்தை வரைக. துகளின் தொடக்க $(t = 0)$ இடநிலை, வட்டத்தின் ஆரம், சுழலும் துகளின் கோணவேகம் ஆகியவற்றை காட்டுக. எளிமைக்காக, ஒவ்வொரு வேற்றுவத்திலும் சுழற்சியின் வசம் இடஞ்சுழியானதாக கொள்க. (x செண்டிமீட்டரிலும் t நொடியிலும் உள்ளன.)

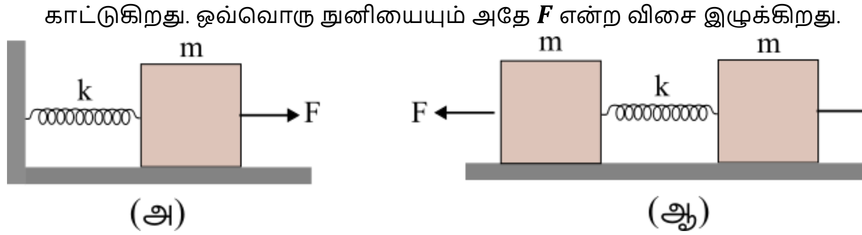
a. $x = -2$ வவி$\left(3t + {}^{\pi}/_{3}\right)$

b. $x =$ உவவி$\left({}^{\pi}/_{6} - t\right)$

c. $x = 3$ வவி$\left(2\pi t + {}^{\pi}/_{4}\right)$

d. $x = 2$ உவவி πt

14.13 படம் 14.26(அ) விசைமாறிலி k உள்ள ஒரு விற்சுருள் ஒரு நுனி நெளியாவகையில் பொருத்தப்பட்டிருப்பதையும் கட்டற்ற நுனியில் m என்ற நிறை இணைக்கப்பட்டிருப்பதையும் காட்டுகிறது. கட்டற்ற நுனியில் $\boldsymbol{F}$ என்ற ஒரு விசை செயலாற்றி விற்சுருளை நீட்டுகிறது. படம் 14.26(ஆ) அதே விற்சுருள் இரண்டு நுனிகளும் கட்டின்றி இருப்பதையும் ஒவ்வொரு நுனியிலும் m என்ற நிறை இணைந்திருப்பதையும் காட்டுகிறது. ஒவ்வொரு நுனியையும் அதே $\boldsymbol{F}$ என்ற விசை இழுக்கிறது.



படம் 14.26

a. இரண்டு வேற்றுவங்களிலும், விற்சுருளின் மீப்பெரும நீட்சி என்ன?

b. படம் 14.26(அ)விலுள்ள நிறையையும் படம் 14.26(ஆ)விலுள்ள இரண்டு நிறைகளையும் விடுவித்தால், ஒவ்வொரு வேற்றுவத்திலும் அலைவுநேரம் என்ன?

14.14 ஒரு இடம்பெயரியின் உருளைத்தலையிலுள்ள உந்துதண்டின் அடிப்பு (வீச்சகலத்தின் இருமடங்கு) $1.0\,m$. உந்துதண்டு நிமிடத்துக்கு 200 ஆரையன் என்ற கோண அலைவெண்ணுள்ள எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொண்டால், அதன் மீப்பெரும வேகம் என்ன?

14.15 நிலாவின் பரப்பில் நிறையீர்ப்புமுடுக்கம் $1.7\,m\,s^{-2}$. ஒரு எளிய ஊசலியின் சீரொழுங்குநேரம் புவியின் பரப்பில் $3.5\,s$ எனில், நிலாவின் பரப்பில் என்ன? (புவியின் பரப்பில் $g = 9.8\,m\,s^{-2}$.)

14.16 கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

a. எளிய ஒத்திசையசைவில் ஒரு துகளின் சீரொழுங்குநேரம் k என்ற விசைமாறிலியையும் துகளின் m என்ற நிறையையும் சார்ந்திருக்கிறது.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

ஒரு எளிய ஊசலி தோராயமாக எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள்கிறது. அப்படியெனில், ஊசலியின் சீரொழுங்குநேரம் ஊசலியின் நிறையை சாராதிருப்பது ஏன்?

b. எளிய ஊசலியின் அசைவு சிறு கோண அலைவுகளுக்கு தோராயமாக எளிய ஒத்திசைவானது. பெருங்கோண அலைவுகளுக்கு மேலும் உயர்நிலையலசல் $T > 2\pi\sqrt{{l}/{g}}$ என்று காட்டுகிறது. இந்த விளைவை புரிந்துகொள்ள ஒரு பண்பிய விவாதத்தை சிந்திக்க.

c. ஒரு நிறுத்தக்கடிகாரம் ஒரு கோபுரத்தின்மேலிருந்து கீழே விழுகிறது. இந்த கட்டற்ற வீழலின்போது கடிகாரம் சரியான நேரத்தை காட்டுகிறதா?

d. புவியீர்ப்பின்கீழ் கட்டின்றி விழும் கட்டடத்தின் சுவரில் பொருத்திய ஒரு எளிய ஊசலியின் அலைவெண் என்ன?

14.17 l நீளமும் M நிறையுள்ள குண்டுமுள்ள ஒரு எளிய ஊசலி ஒரு உந்துவண்டியில் தொங்குகிறது. வண்டி R ஆரமுள்ள ஒரு வட்டச்சுவட்டில் v என்ற சீரான வேகத்தில் செல்கிறது. ஊசலி தன் சமநிலையைப்பற்றி ஆரத்திசையில் சிறு அலைவுகளுக்குள்ளானால், அதன் சீரொழுங்குநேரம் என்னவாயிருக்கும்?

14.18 ρ அடர்வும் A அடிப்பரப்பும் h உயரமுமுள்ள ஒரு உருளைத்தக்கை ρ_l என்ற அடர்வுடைய ஒரு நீர்மத்தில் மிதக்கிறது. தக்கையை சற்றே அமுக்கி விடுவிக்கிறோம். தக்கை மேலுங்கீழுமாக

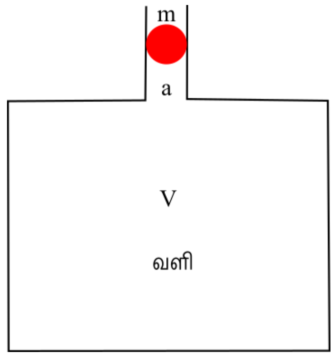
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h\rho}{\rho_l g}}$$

என்ற சீரொழுங்குள்ள எளிய ஒத்திசையசைவாக அலைகிறது என்று காட்டுக. (நீர்மத்தின் பாகுமையால் ஏற்படும் வீச்சுக்குறைப்பை புறக்கணிக்க.)

14.19 பாதரசம் அடங்கிய ஒரு வளைபகரக்குழாயின் ஒரு நுனி ஒரு உறிஞ்செக்கியுடனும் மறு நுனி வளிக்கோளத்துடனும் இணைந்திருக்கின்றன. இரண்டு தம்பங்களிடையில் ஒரு சிறு அழுத்தவேறுபாட்டை தகவைக்கிறோம். உறிஞ்செக்கியை நீக்கும்போது வளைபகரக் குழாயிலுள்ள பாதரசத்தம்பம் எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள்கிறது என்று காட்டுக.

மேலும் பயிற்சிகள்

14.20 V பருமனுள்ள ஒரு வளியறையில் a குறுக்கவெட்டுப்பரப்புள்ள ஒரு கழுத்து இருக்கிறது. இந்த கழுத்தில் பொருந்தும் m நிறையுள்ள ஒரு பந்து உராய்வின்றி மேலுங்கீழும் நகரவியலும். பந்தை சற்றே அமுக்கி விடுவிக்கும்போது அது எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள்கிறது என்று காட்டுக. வளியின் அழுத்தப்பருமன்களின் மாறுபாடுகள் சமவெப்பமானவை என்ற எடுகோளுடன் அலைவின் சீரொழுங்குநேரத்துக்கான கோவையை பெறுக. (படம் 14.27ஐ காண்க.)



படம் 14.27

14.21 $3000\,kg$ நிறையுள்ள ஒரு தானுந்தில் பயணிக்கிறீர்கள். அதன் தொங்கலமைப்பின் சிறப்பியல்பான அலைவை ஆய்கிறீர்கள் என்று கொள்வோம். தானுந்தின் மொத்த நிறையையும் வைக்கும்போது தொங்கலமைப்பு $15\,cm$ தாழ்கிறது. ஒரு முழு அலைவின்போது அலைவின் வீச்சகலம் 50% குறைகிறது. ஒவ்வொரு சக்கரமும் $750\,kg$ தாங்குகிறது என்ற எடுகோளுடன், ஒரு சக்கரத்தின் விற்சுருளும் அதிர்ச்சிதாங்கியும் அடங்கிய அமைப்பின் (அ) விசைமாறிலியாகிய k, (ஆ) வீச்சுக்குறைப்புமாறிலியாகிய b ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

14.22 நேரிய எளிய ஒத்திசையசைவிலுள்ள ஒரு துகளுக்கு ஒரு அலைவுநேரத்தில் இயக்கவாற்றலின் சராசரி அதே நேர இடைவெளியில் இயன்மவாற்றலின் சராசரிக்கு சமம் என்று காட்டுக.

14.23 $10\,g$ நிறையுள்ள ஒரு வட்டமான வட்டை அதன் மையத்தில் ஒரு கம்பியால் இணைத்து தொங்கவிடுகிறோம். வட்டை திருப்புவதன்மூலம் கம்பியை முறுக்கி விடுவிக்கிறோம். முறுக்கலைவின் சீரொழுங்குநேரம் $1.5\,s$ என்று காண்கிறோம். வட்டின் ஆரம் $15\,cm$. கம்பியின் முறுக்கவிசை மாறிலியை தீர்மானிக்க. (α என்ற முறுக்கவிசைமாறிலி $J = -\alpha\theta$ என்று வரையறுக்கப்படுகிறது; இங்கு, J மீளமையிரட்டை, θ முறுக்கக்கோணம்.

14.24 ஒரு பொருள் $5\,cm$ வீச்சகலத்துடனும் $0.2\,s$ சீரொழுங்குநேரத்துடனும் ஒரு எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள்கிறது. பொருளின் இடப்பெயர்ச்சி (அ) $5\,cm$ (ஆ) $3\,cm$ (இ) $0\,cm$ என்றிருக்கும்போது முடுக்கத்தையும் திசைவேகத்தையும் காண்க.

14.25 ஒரு விற்சுருளுடன் இணைத்த நிறை உராய்வற்ற கிடைமட்டத்தளத்தில் வீச்சுக்குறைப்பின்றி ω என்ற கோணத்திசைவேகத்துடன் கட்டின்றி அலைகிறது. அதை $t = 0$ என்ற நேரத்தில் x_0 என்ற தொலைவுக்கு இழுத்து மையத்தை நோக்கி v_0 என்ற திசைவேகத்தில் தள்ளுகிறோம். இதனால் விளையும் அலைவின் வீச்சகலத்தை ω, x_0, v_0 ஆகிய அளவுருக்களின்வழி தீர்மானிக்க. (உதவி: $x = A$ உவவி$(\omega t + \theta)$ என்ற சமன்பாட்டில் தொடங்குக; தொடக்கத்திசைவேகம் எதிர்மம் என்பதை நோக்குக.)