படலம் 2

அலகுகளும் அளவீடுகளும்

2.1 முன்னுரை

ஒரு இயலளவை அளவிடும்போது குறிப்பற்ற வகையில் தேர்ந்தெடுத்ததும் அனைத்துலகமாக ஏற்கப்பட்டதுமான **அலகு** எனப்படும் ஒரு குறிப்பிட்ட அடிப்படையான நோக்கீட்டுச் செந்தரத்துடன் ஒப்பிடுகிறோம். ஒரு இயலளவை அளவிடுவதன் விளைவை ஒரு எண்ணாலும் அதனுடன் சேர்ந்த ஒரு அலகாலும் குறிக்கிறோம். இயலளவின் வகைகள் எண்ணற்கரியதாக தோன்றினாலும், எல்லா இயலளவுகளையும் குறிக்க ஒரு எல்லைக்குட்பட்ட எண்ணிக்கை யான அலகுகளே தேவை; ஏனெனில் இந்த இயலளவுகள் ஒன்றுடனொன்று தொடர்பானவை. அடிப்படையளவுகளின் அலகுகளை **அடிப்படை யலகுகள்** என்று அழைக்கிறோம். மற்ற எல்லா இயலளவுகளின் அலகுகளையும் இந்த அடிப்படையலகுகளின் சேர்க்கைகளாக எழுதலாம். இவ்வாறு வருவித்த அளவுகளின் அலகுகள் **வருவித்த அலகுகள்**. அடிப்படையலகு களும் வருவித்த அலகுகளும் சேர்ந்த இந்த அலகுகளின் ஒரு முழுமையான அமைப்பை **அலகமைப்பு** என்கிறோம்.

2.2 அனைத்துலக அலகமைப்பு

முற்காலத்தில் வெவ்வேறு நாட்டின் அறிவியலர்கள் அளவீடுகளுக்காக வெவ்வேறு அலகமைப்புகளை பயன்படுத்தினர். அண்மைக் காலம்வரை செரடி, அபடி, மீலடி ஆகிய மூன்று அமைப்புகள் வழக்கிலிருந்தன.

இந்த அமைப்புகளில் நீளம், நிறை, நேரம் ஆகியவற்றின் அலகுகள் கீழ்க்காணுமாறு:

செரடியமைப்பில் அவை முறையே **செ**ண்டிமீட்டர், கி**ராம்**, நொ**டி**

அபடியமைப்பில், **அடி**, **ப**வுண்டு, நொ**டி**

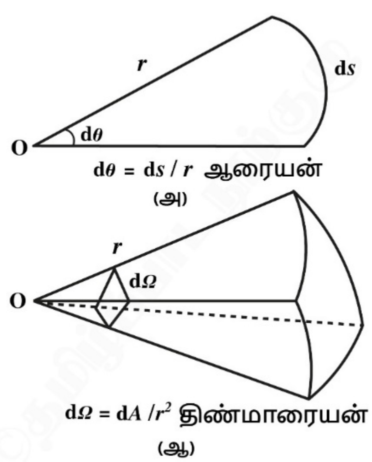
மீலடியமைப்பில் **மீ**ட்டர், கி**லோ**கிராம், நொ**டி**

இப்போது அளவீடுகளுக்காக அனைத்துலக மாக ஏற்கப்பட்ட அலகமைப்பை **அனைத்துலக அலகமைப்பு** என்றழைத்து **அவ** என்று சுருங்கக்குறிக்கிறோம். அடையாளங்களுக்கும் அலகுகளுக்கும் சுருக்கீடுகளுக்குமான செந்தரத் திட்டம் அடங்கிய அவவை *எடையளவைகளுக் கான அனைத்துலகப்பேழையகம்* (எவயம்) *1971*இல் வளராக்கியது. அண்மையில் நவம்பர்

*2018*இல் இதை *எடையளவைகளுக்கான பொது மாநாடு* மீட்டிருத்தியது. இந்தத்திட்டமே இப்போது அறிவியல், தொழினுட்பம், தொழில கங்கள் போன்றவற்றின் செயல்பாடுகளில் பயன்படவேண்டும். அவ பதின்ம அமைப்பை பயன்படுத்துவதால் அலகுமாற்றங்கள் எளிமையாகவும் வசதியாகவும் உள்ளன. இந்த நூலில் அவவமைப்பையே பின்பற்றுவோம்.

அட்டவணை 2.1 அவவின் அடிப்படையளவுகளும் அலகுகளும். (இங்கு குறிப்பிட்ட மதிப்புகள் தேர்வுகளில் கேட்பதற்காக அன்று. அளவீடுகளின் துல்லியத்துக்காகவே இவற்றை காட்டுகிறோம். தொழினுட்ப மேம்பாட்டால் அளவீடுகளின் துல்லியம் மேம்படும்போது, வரையறையில் பயன்படும் மாறிலிகளின் மதிப்புகள் மாறாமல் அலகுகளின் துல்லியம் மேம்படும் வகையில் வரையறைகள் அமைந்திருக்கின்றன.)

நேரத்தின் அலகு	நொடி s	சிறுமாற்றமடையாத தரைநிலையிலுள்ள சீசியம் 133 அணுவின் அதிபண்ணிலைமாற்றத்தின் அலைவெண் $9{,}192{,}631{,}770\ s^{-1}$ என்று வைத்து s வரையறுக்கப்படுகிறது.
நீளத்தின் அலகு	மீட்டர் m	வெற்றிடத்தில் ஒளியின் வேகம் $299{,}792{,}458\ m\ s^{-1}$ என்று வைத்து m வரையறுக்கப்படுகிறது.
நிறையின் அலகு	கிலோகிராம் kg	பிளாங்குமாறிலியின் மதிப்பு $6.62607015 \times 10^{-34}\ kg\ m^2\ s^{-1}$ என்று வைத்து kg வரையறுக்கப்படுகிறது.
மின்னோட்டத்தின் அலகு	ஆம்பியர் A	அடிப்படைமின்மத்தின் மதிப்பு $1.602176634 \times 10^{-19}\ A\ s$ என்று வைத்து A வரையறுக்கப்படுகிறது.
வெப்பநிலையின் அலகு	கெல்வின் K	போட்சுமன்மாறிலியின் மதிப்பு $1.380649 \times 10^{-23}\ kg\ m^2\ s^{-2}\ K^{-1}$ என்று வைத்து K வரையறுக்கப்படுகிறது.
பொருளளவின் அலகு	மோல் mol	அவகாடிரோமாறிலியின் மதிப்பு $6.02214076 \times 10^{23}\ mol^{-1}$ என்று வைத்து mol வரையறுக்கப்படுகிறது.
ஒளிர்வுரப்பின் அலகு	காண்டலா cd	$540 \times 10^{12}\ s^{-1}$ அலைவெண்ணுள்ள ஒற்றைநிறக்கதிர்வீச்சின் ஒளிர்மைப்பயன்றிறன் $683\ cd\ sr\ kg^{-1}\ m^{-2}\ s^3$ என்று வைத்து cd வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கு sr திண்மக்கோணத்தின் அலகான திண்மாரையன்.



படம் 2.1 (அ) $d\theta$ என்ற தளக்கோணத்தையும் (ஆ) $d\Omega$ என்ற திண்மக்கோணத்தையும் விவரித்தல்

அவவில், ஏழு அடிப்படையலகுகள் உள்ளன. இவற்றை அட்டவணை 2.1 காட்டுகிறது. ஏழு அடிப்படையலகுகளுடன், படம் 2.1இல் காட்டிய படி, (அ) ஒரு வட்டவில் வட்டத்தின் மையத்தில் தாங்கும் $d\theta$ என்ற தளக்கோணத்தை வட்டவில்லின் ds என்ற நீளத்துக்கும் வட்டத்தின் r என்ற ஆரத்துக்குமுள்ள விகிதமாகவும் (ஆ) ஒரு கோளப்பகுதி கோளத்தின் மையத்தின் தாங்கும் $d\Omega$ என்ற திண்மக்கோணத்தை கோளப்பகுதியின் dA என்ற பரப்பளவுக்கும் கோளத்தின் r என்ற ஆரத்துக்குமுள்ள விகிதமாகவும் வரையறுக்கிறோம். தளக்கோணத்தின் அலகு ஆரையன்; அதை rad என்ற குறிக்கிறோம். திண்மக்கோணத்தின் அலகு திண்மாரையன். அதை sr எனறு குறிக்கிறோம். இவையிரண்டும் அலகில்லாத அளவுகள்.

மோல் பயன்படும்போது தனிகத்தின் தனியுருவை குறிப்பிடவேண்டும். இந்த தனியுரு அணுவாகவோ மூலக்கூறாகவோ, அயனியாகவோ, எதிர்மின்னியாகவோ மற்ற துகளாகவோ இவ்வாறான துகள்களின் தொகுதியாகவோ இருக்கலாம்.

இந்த ஏழு அடிப்படையலகுகளிலிருந்து வருவித்த அலகுகளை சில இயலளவுகளுக்கு பயன்படுத்துகிறோம். (பிற்சேர்க்கை *A6*). அவவலகின்வழி வருவித்த சில அலகுகள் பிற்சேர்க்கை *A6.1*இல் உள்ளன. சில வருவித்த அலகுகளுக்கு தனித்துவப்பெயர்கள் உள்ளன (பிற்சேர்க்கை *A6.2*). சில வருவித்த அலகுகளில் இந்த அலகுகளும் ஏழு அடிப்படையலகுகளும் பயனாகின்றன (பிற்சேர்க்கை *A6.3*). பழக்கத்தி

லுள்ள மற்ற சில அலகுகளை அட்டவணை 2.2இல் காணலாம்.

மடங்குகளுக்கும் புரட்டுமடங்குகளுக்குமான அவமுன்னொட்டுகளும் அடையாளங்களும் பிற்சேர்க்கை $A2$இல் உள்ளன. இயலளவுகளுக்கும் வேதித்தனிமங்களுக்கும் அணுவைடுகளுக்குமான அடையாளங்களை பயன்படுத்துவதற்கான பொது வழியுரைகள் பிற்சேர்க்கை $A7$இலும் அவவலகுகளுக்கும் வேறு சில அலகுகளுக்குமான வழியுரைகள் பிற்சேர்க்கை $A8$இலும் உங்கள் நோக்கீட்டுக்காக உள்ளன

அட்டவணை 2.2 பொதுப்பயனிலுள்ள சில அவவற்ற அலகுகள்

பெயர்	அடையாளம்	அவவலகில் மதிப்பு
நிமிடம்	min	$60\ s$
மணி	h	$60\ min = 3600\ s$
நாள்	d	$24\ h = 86{,}400\ s$
ஆண்டு	y	$365.25\ d = 3.156 \times 10^7\ s$
பாகை	$^\circ$	$1^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\right)\ rad$
இலிட்டர்	L	$1\ dm^3 = 10^{-3}\ m^3$
தொன்	t	$10^3\ kg$
காரட்டு	c	$200\ mg$
பார்	bar	$0.1\ MPa = 10^5\ Pa$
கியூரி	Ci	$3.7 \times 10^{10}\ s^{-1}$
இரான்கன்	R	$2.58 \times 10^{-4}\ C/kg$
குவிண்டால்	q	$100\ kg$
பாரன்	b	$100\ fm^2 = 10^{-28}\ m^2$
ஏர்	a	$1\ dam^2 = 10^2\ m^2$
நூறேர்	ha	$1\ hm^2 = 10^4\ m^2$
செந்தர வளிக்கோள அழுத்தம்	atm	$101{,}325\ Pa = 1.013 \times 10^5\ Pa$

2.3 நீளத்தை அளத்தல்

நீளத்தை அளக்கும் நேரடியான சில முறைகள் உங்களுக்கு ஏற்கனவே தெரியும். சான்றாக, $10^{-3}\ m$ முதல் $10^3\ m$ வரையான நீளங்களை அளக்க மீட்டரளவிகளை பயன்படுத்துகிறோம். ஒரு வெர்னியரிடுக்கியால் நீளங்களை $10^{-4}\ m$ துல்லியத்துடன் அளக்கலாம். ஒரு திருகளவியையும் ஒரு கோளத்தளவியையும் பயன்படுத்தி $10^{-5}\ m$ போன்ற நீளங்களை அளக்கலாம். இந்த வீச்சளவுக்கு வெளியேயுள்ள நீளங்களை அளக்க மறைமுகமான தனித்துவ முறைகளை பயன்படுத்துகிறோம்.

2.3.1 பெருநீளங்களை அளத்தல்

புவியிலிருந்து கோள்களும் உடுக்களும் இருக்கும் தொலைவுகளை நேரடியாக மீட்டரளவிகளால் அளக்கவியலாது. இதுபோன்ற சூழல்களில் **நோக்குமயக்கமுறை** முக்கியமானது.

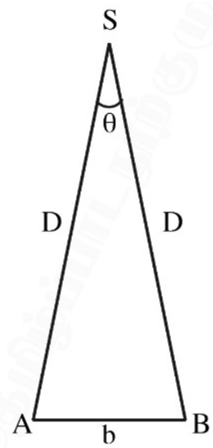
ஒரு பென்சிலை சுவர்போன்ற ஒரு பின்னணியின் குறிப்பிட்ட புள்ளிக்கு நேராக பிடித்து, வலதுகண்ணை மூடிக்கொண்டு இடது கண்ணால் (A) பார்க்கும்போதும் இடது கண்ணை மூடிக் கொண்டு வலதுகண்ணால் (B) பார்க்கும்போதும் பென்சில் சுவரிலுள்ள புள்ளியின் நோக்கீட்டில் வெவ்வேறு இடங்களில் தோன்றுகிறது. இது **நோக்குமயக்கம்**. இரண்டு நோக்குப்புள்ளிகளிடையிலுள்ள தொலைவை அடிப்படை என்கிறோம். இந்தச்சான்றில், கண்களிடையிலான தொலைவு அடிப்படை.

S என்ற கோளின் தொலைவான Dயை நோக்குமயக்கமுறையால் அளக்க, படம் 2.2இல் காட்டியபடி, புவியில் A , B என்ற இரண்டு வெவ்வேறு இடநிலைகளிலிருந்து (நோக்காய்வகங்களிலிருந்து) ஒரே நேரத்தில் அதை நோக்குகிறோம். இரண்டு இடங்களுக்குமுள்ள தொலைவு $AB = b$ என்க. இந்த இரண்டு இடங்களிலிருந்தும் கோளைக்காணும் திசைகளுக்கிடையான கோணத்தை அளக்கிறோம். படத்தில் θ என்று குறித்த $\angle ASB$ என்ற கோணத்தை **நோக்குமயக்கக்கோணம்** என்கிறோம். கோள் வெகுதொலைவில் இருப்பதால் $b/_D \ll 1$. எனவே, θ மிகச்சிறிது. இதனால் , AB யை தோராயமாக S இல் மையமுள்ள வட்டத்தின் b என்ற வில்லின் நீளமாகவும், Dயை

அந்த வட்டத்தின் ஆரமாகவும் கொள்ளலாம். எனவே, கோணத்தின் ஆரையன் மதிப்பு $\theta = b/D$ என்பதிலிருந்து

$$D = \frac{b}{\theta} \qquad (2.1)$$

என்பது கிடைக்கிறது.



படம் 2.2 நோக்குமயக்கமுறை

D யை தீர்மானித்தபின், இதைப்போன்ற ஒரு முறையால் கோளின் விட்டத்தை தீர்மானிக்கலாம். கோளின் விட்டம் d, கோண அளவு (புவியில் d தாங்கும் கோணம்) α எனில்,

$$\alpha = \frac{d}{D} \qquad (2.2)$$

என்று பெறுகிறோம். α என்ற கோணத்தை புவியின் ஒரே இடத்திலிருந்து அளக்கலாம். இது கோளின் விட்டத்தில் எதிரெதிராக உள்ள இரண்டு புள்ளிகளை தொலைநோக்கியால் பார்க்கும்போது இரண்டு திசைகளுக்குமிடையிலுள்ள கோணம். D தெரிந்திருப்பதால் (2.2)ஆம் சமன்பாட்டை பயன்படுத்தி கோளின் விட்டத்தை தீர்மானிக்கிறோம்.

சிக்கல் 2.1

(அ) $1°$ (பாகை) (ஆ) $1'$ (கலை) (இ) $1"$ (விகலை) ஆகிய கோணங்களின் ஆரையன்மதிப்புகளை கணக்கிடுக. $360° = 2\pi\, rad$, $1° = 60'$, $1' = 60"$ ஆகியவற்றை பயன்படுத்துக.

தீர்வு

(அ) $360° = 2\pi\, rad$ என்பது நாம் அறிந்தது. எனவே,

$$1° = \frac{\pi}{180}\, rad = 1.745 \times 10^{-2}\, rad$$

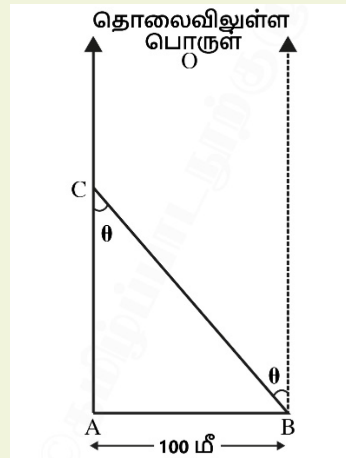
(ஆ) $1° = 60' = 1.745 \times 10^{-2}\, rad$

$$1' = \frac{1.745 \times 10^{-2}\, rad}{60} = 2.908 \times 10^{-4}\, rad$$

(இ) $1' = 60" = 2.908 \times 10^{-4}\, rad$

$$1" = \frac{2.908 \times 10^{-4}\, rad}{60} = 4.847 \times 10^{-6}\, rad$$

சிக்கல் 2.2



படம் 2.3

ஒருவர் தான் நிற்குமிடத்திலிருந்து ஒரு கோபுரத்தின் தொலைவை மதிப்பிட விரும்பு கிறார். அவர் C என்ற இடத்திலுள்ள கோபுரத்தின் முன் A யில் நின்றுகொண்டு கோபுரத்தின் திசையில் மிகத்தொலைவில் Oவிலுள்ள ஒரு பொருளை பார்க்கிறார். பிறகு ACக்கு செங்குத்தாக $100\ m$ நடந்து Bயை அடைந்து அங்கிருந்து Oவையும் Cயையும் மீண்டும் பார்க்கிறார். O மிகத்தொலைவில் இருப்பதால், BO என்ற திசை நடைமுறையில் AOவே எனக்கொள்ளலாம். ஆனால் Cயின் நோக்குக்கோணம் $40°$ நகர்ந்து விட்டதாக காண்கிறார். இது θ எனும் நோக்குமயக்கக் கோணம். Aயிலிருந்து கோபுரமிருக்கும் Cயின் தொலைவை மதிப்பிடுக.

தீர்வு

நோக்கமயக்கக்கோணமான $\theta = 40°$. படம் 2.3இலிருந்து $AB = AC$ தொவி θ . அதாவது,

$$AC = \frac{AB}{\text{தொவி}\ \theta} = \frac{100\ m}{\text{தொவி}\ 40°} = \frac{100\ m}{0.8391}$$
$$= 119\ m$$

சிக்கல் 2.3

புவியின் விட்டத்தின் எதிரெதிர்ப்பக்கமுள்ள A, B என்ற நிலவை பார்க்கிறோம். இந்த இரண்டு திசைகளும் நிலவில் தாங்கும் கோணம் $\theta = 1° 54'$. புவியின் விட்டம் சுமார் $1.276 \times 10^7\ m$. புவியிலிருந்து நிலாவுக்குள்ள தொலைவை கணக்கிடுக.

தீர்வு

$\theta = 1° 54' = 114' = 114 \times 2.908 \times 10^{-4}\, rad$

$= 3.32 \times 10^{-2}\ rad$

மேலும், $b = AB = 1.276 \times 10^{7}\ m$. எனவே, (2.2) ஆம் சமன்பாட்டிலிருந்து புவிக்கும் நிலாவுக்குமுள்ள தொலைவை

$$D = \frac{b}{\theta} = \frac{1.276 \times 10^{7}\ m}{3.32 \times 10^{-2}} = 3.84 \times 10^{8}\ m$$

என்று காண்கிறோம்.

சிக்கல் *2.4*

புவியிலிருந்து கதிரவனின் கோணவிட்டம் 1920" என்று அளக்கிறோம்; கதிரவனின் தொலைவு $D = 1.496 \times 10^{11}\ m$. கதிரவனின் விட்டம் என்ன?

தீர்வு

கதிரவனின் கோணவிட்டம் $\alpha = 1920" = 1920 \times 4.85 \times 10^{-6}\ rad = 9.31 \times 10^{-3}\ rad.$

கதிரவனின் விட்டம் $d = \alpha D = (9.31 \times 10^{-3}) \times (1.496 \times 10^{11}\ m) = 1.39 \times 10^{9}\ m.$

2.3.2 மூலக்கூறின் அளவு போன்ற மிகச்சிறு தொலைவுகளை மதிப்பிடல்

மூலக்கூறுகளின் அளவுகளைப்போன்ற $10^{-8}\ m$ முதல் $10^{-10}\ m$ வரையான மிகச்சிறு அளவுகளை அளவிட தனித்துவ முறைகளை கையாளவேண்டும். திருகளவியையோ அதைப் போன்ற கருவிகளையோ பயன்படுத்தவியலாது. நுண்ணோக்கிக்கும் செல்வரம்பு உள்ளது. ஆய்வுக்குள்ளாகும் பொருளை 'நோக்க' ஒரு நுண்ணோக்கி காணுறு ஒளியை பயன்படுத்து கிறது. ஒளிக்கு அலைத்தன்மைகள் உள்ளன. ஒரு ஒளிய நுண்ணோக்கியை பயன் படுத்தக்கூடிய பகுதிறன் ஒளியின் அலைநீளத்துக்கு சமம். (விவரங்களை பன்னிரண்டாம் வகுப்பின் இயற்பியநூலில் காணலாம்.) காணுறு ஒளிக்கு அலைநீளத்தின் வீச்சு சுமார் 4000 Åத்திலிருந்து 7000 Å வரை (1 ஆங்குதிரம் = $1\ \text{Å} = 10^{-10}\ m$). எனவே, ஒரு ஒளிய நுண்ணோக்கி இதைவிட குறைந்த அளவுள்ள பொருள்களை பகுத்துக் காட்ட இயலாது. காணுறு ஒளிக்குப்பதிலாக ஒரு எதிர்மின்னிக்கற்றையை பயன்படுத்தலாம். எதிர்மின்னிக்கற்றையை பொருத்தமாக வடிவமைத்த மின்காந்தப்புலங்களால் குவியச் செய்யலாம். எதிர்மின்னியும் அலைகளைப் போன்ற நடத்தையுள்ளவை என்பதால், இவ்வாறான எதிர்மின்னிநுண்ணோக்கியின் பகுதிறனும் இறுதியில் ஒரு செல்வரம்பை அடைகிறது. (இதைப்பற்றி மேலும் பன்னிரண்டாம் வகுப்பில் அறிவீர்கள்). ஒரு எதிர்மின்னியின் அலைநீளம் ஒரு ஆங்குதிரத் தின் ஒரு சிறு பின்னத்தின் அளவானது. இவ்வாறான எதிர்மின்னிநுண்ணோக்கிகளை 0.6 Å பகுதிறனுடன் உருவாக்கியிருக்கின்றார் கள். இவை ஒரு பொருண்மத்தின் அணுக்களை யும் மூலக்கூறுகளையும் கிட்டத்தட்ட பகுத்துக் காட்ட வல்லவை. அண்மைக்காலத்தில் துளைவா யுறனுண்ணோக்கல் வளராகியுள்ளது. இதன் பகுதிறனும் ஆங்குதிரத்தைவிட மேலானது. மூலக்கூறுகளின் அளவுகளை மதிப்பிடுவது சாத்தியமாகிறது.

ஒலீயிகவமிலத்தின் மூலக்கூறளவை மதிப்பறியும் ஒரு எளிய முறையை கீழே விவரிக்கிறோம். ஒலீயிகவமிலம் ஒரு வழவழப்பான நீர்மம். இதன் மூலக்கூறளவு $10^{-9} m$போன்ற முனைமையுள்ளது.

இந்த முறையின் அடிப்படை நீர்மேற்பரப் பில் ஒலீயிகவமிலத்தின் ஒற்றைமூலக்கூறு படலத்தை உண்டாக்குவது.

$1\ cm^3$ ஒலீயிகவமிலத்தை ஆல்ககாலில் கரைத்து $20\ cm^3$ கரைசலை தயாரிக்கிறோம். இந்த கரைசலின் $1\ cm^3$ஐ எடுத்து $20\ cm^3$க்கு ஆல்ககாலால் நீர்க்கிறோம். எனவே இந்தக் கரைசலின் செறிவு $1\ cm^3$ கரைசலில் $1/(20 \times 20)\ cm^3$ ஆகிறது. இப்போது ஒரு அகலமான தொட்டியில் நீரை எடுத்து அதில் சிறிதளவு ஒநாய்ப்பாதமிப்பொடியை தூவி, அதன்மீது நாம் தயாரித்த கரைசலின் சில துளிகளை இடுகிறோம். இந்த துளியிலுள்ள ஒலீயிகவமிலம் ஒநாய்ப்பாதமிப்பொடியை விலக்கிக்கொண்டு ஒற்றைமூலக்கூறு தடிமனுள்ள ஒரு பெரிய வட்டமாக நீர்ப்பரப்பில் விரிகிறது. இந்த மெல்லிய படலாடையின் விட்டத்தை நாம் விரைவாக அளந்து A என்ற அதன் பரப்பளவை காண்கிறோம். நீரில் n துளிகளை இட்டதாக கொள்வோம். ஒவ்வொரு துளியின் தோராயமான பருமன் $V\ cm^3$ எனில்,

கரைசலின் n துளிகளின் பருமன் $= nV\ cm^3$

இந்த கரைசலிலுள்ள ஒலீயிகவமிலத்தின் பருமன்

$$= nV \times \left(\frac{1}{20 \times 20}\right)\ cm^3$$

இந்த அளவான ஒலீயிகவமிலம் நீரின் மேற்பரப்பில் விரைவாக விரிந்து t தடிமனான ஒரு ஒற்றைமூலக்கூறுபடலாடையை உண்டாக்கு கிறது. படலத்தின் பரப்பளவு $A\ cm^2$ எனில், படலாடையின் தடிமன்

$$t = \frac{\text{படலாடையின் பருமன்}}{\text{படலாடையின் பரப்பளவு}} = \frac{nV}{(20 \times 20)A}\ cm \qquad (2.3)$$

படலாடை ஒற்றைமூலக்கூறுதடிமனுள்ளது என்ற எடுகோளுடன், இதுவே ஒலீயிகவமில மூலக்கூற்றின் விட்டமாகிறது. இதன் மதிப்பு $10^{-9}\ m$ போன்ற முறைமையானது.

சிக்கல் *2.5*

ஒரு அணுக்கருவின் அளவை ($10^{-15}\ m$ முதல் $10^{-14}\ m$ வரையான வீச்சளவுள் ளது) கூர்மையான ஊசிமுனையளவுக்கு பெரிதாக்கினால், அணுவின் (வேதியணுவின்) அளவு தோராயமாக என்னவாயிருக்கும்? ஊசிமுனையின் அளவு $10^{-5}\ m$ முதல் $10^{-4}\ m$ வரை எனக்கொள்க.

தீர்வு

ஒரு அணுக்கருவின் அளவு $10^{-15}\ m$ முதல் $10^{-14}\ m$ வரையானது. ஒரு கூர்மையான ஊசிமுனை $10^{-5}\ m$ முதல் $10^{-4}\ m$ வரை என்கிறோம். அதாவது, 10^{10} மடங்கால் பெரிதாக்குகிறோம். எனவே, $10^{-10}\ m$ அளவுள்ள ஒரு அணு தோராயமாக $1\ m$க்கு பெரிதாகிறது.

ஒரு அணுவில் அணுக்கரு ஒரு மீட்டர் ஆரமுள்ள கோளத்தின் மையத்தில் வைத்த கூர்மையான ஊசிமுனையின் அளவுள்ளது.

2.3.3 நீளங்களின் வீச்சளவு

புடவியில் நாம் காணும் பொருள்களின் அளவுகள் மிகப்பெரிய வீச்சளவில் வேறுபடுகின்றன. இவை ஒரு அணுவின் சிறிய அணுக்கருவின் $10^{-14}\ m$ போன்ற முறைமையிலிருந்து காணுறு புடவியின் $10^{26}\ m$ போன்ற முறைமை வரை மாறுபடலாம். இவற்றுள் சிலவற்றின் வீச்சளவுகளையும் முறைமைகளையும் அட்டவணை 2.3 காட்டுகிறது.

அட்டவணை 2.3 நீளங்களின் வீச்சளவும் முறைமையும்

பொருளளவுகளும் தொலைவுகளும்	நீளம் (m)
நேர்மின்னியின் அளவு	10^{-15}
அணுக்கருவின் அளவு	10^{-14}
ஐதரசவணுவின் அளவு	10^{-10}
வகைநிற்ப வைரசின் அளவு	10^{-8}
ஒளியின் அலைநீளம்	10^{-7}
சிவப்பணுவின் அளவு	10^{-5}
தாளின் தடிமன்	10^{-4}
கடலமட்டத்திலிருந்து எவரசுட்டின் உயரம்	10^{4}
புவியின் ஆரம்	10^{7}
புவியிலிருந்து நிலாவின் தொலைவு	10^{8}
புவியிலிருந்து கதிரவனின் தொலைவு	10^{11}
கதிரவனிலிருந்து புளுட்டோவின் தொலைவு	10^{13}
நம் உடுத்திரளின் அளவு	10^{21}
அண்டிராமிடாவுடுத்திரளின் தொலைவு	10^{22}
காணத்தகு புடவியெல்லையின் தொலைவு	10^{26}

சிறுநீளங்களுக்கும் பெருநீளங்களுக்கும் சில தனித்துவ அலகுகளையும் பயன்படுத்துகிறோம். இவை

1பெருமி $= 1\ f = 10^{-15}\ m$

1 ஆங்குதிரம் $=\ 10^{-10}\ m$

1 வானியலலகு $= 1$ வாவ

(புவியிலிருந்து கதிரவனின் சராசரித்தொலைவு) $= 1.496 \times 10^{11}\ m$

1 ஒளியாண்டு

$= 1$ ஒயா (ஒளி ஓராண்டில் பயணிக்கும் தொலைவு)

$= 9.46 \times 10^{15}\ m$

1 புசுவி $= 3.08 \times 10^{16}\ m$

(**பு**வியின் **சு**ற்றுப்பாதையின் சராசரி ஆரம் 1 **வி**கலையைத்தாங்கும் தொலைவு)

2.4 நிறையை அளத்தல்

நிறை பருப்பொருளின் அடிப்படைப்பண்பு. அது வெப்பநிலை, அழுத்தம், வெளியில் பொருளின் இடநிலை ஆகியவற்றை சாரவில்லை. நிறையின் அவவலகு கிலோகிராம் (kg). இதை நொடியை சீசியவலைவெண்ணாலும் மீட்டரை ஒளியின் வேகத்தாலும் வரையறுக்கும்போது பிளாங்கின் மாறிலி $6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34}\ kg\ m^2\ s^{-1}$ ஆகும்படி வரையறுக்கிறோம்.

அணுக்களையும் மூலக்கூறுகளையும் கையாளும்போது கிலோகிராமை பயன்படுத்துவது வசதியாக இல்லை. இதற்காக **ஒன்றியவணுவின் நிறையலகு** (u) எனப்படும் ஒரு முக்கியமான செந்தர நிறையலகு உள்ளது. இதை எதிர்மின்னிகளின் நிறையையும் சேர்த்து $^{12}_{6}C$ என்ற கரிமச்சமவிடத்தானின் நிறையில் $\frac{1}{12}$ பகுதி என்று வரையறுக்கிறோம்.

$$1 \text{ ஒன்றியவணுநிறையலகு} = 1\ u = 1.66 \times 10^{-27}\ kg$$

அன்றாட வாழ்வில் எதிர்கொள்ளும் பொருள்களை கடைகளில் பயன்படுத்தும் தராசுகளால்

நிறுக்கலாம். புடவியிலுள்ள கோள்கள், உடுக்கள் போன்ற பெருநிறைகளின் நிறைகளை நியூட்டனின் விதிகளின் அடிப்படையிலான நிறையீர்ப்புமுறைகளால் அளக்கலாம். (8ஆம் படலத்தை காண்க). அணுத்துகள்களையும் அணுவுட் டுகள்களையும் அளக்க நிறைநிரல்வரைவி பயன்படுகிறது. இது ஒரு மின்மத்துகள் சீரான மின்காந்தப்புலத்தில் அசையும்போது வீசுபாதை யின் ஆரம் அதன் நிறையின் நேர்விகிதத்தில் இருப்பதன் அடிப்படையிலானது.

அட்டவணை 2.4 நிறையின் வீச்சளவும் முறைமையும்

பொருள்	நிறை (kg)
எதிர்மின்னி	10^{-30}
நேர்மின்னி	10^{-27}
உரோனியவணு	10^{-25}
சிவப்பணு	10^{-13}
தூசுத்துகள்	10^{-9}
மழைத்துளி	10^{-6}
கொசு	10^{-5}
திராட்சைப்பழம்	10^{-3}
மனிதன்	10^{2}
தானுந்து	10^{3}
போயிங்கு *747* விமானம்	10^{8}
நிலா	10^{23}
புவி	10^{25}
கதிரவன்	10^{30}
பால்வீதி	10^{41}
காணத்தகு புடவி	10^{55}

2.4.1 நிறைகளின் வீச்சளவு

புடவியில் நாம் எதிர்கொள்ளும் பொருள்களின் நிறைகள் மிகப்பரந்த வீச்சளவில் மாறுபடுகின்றன. நிறை $10^{-30}\,kg$ முறைமை யான எதிர்மின்னியின் நிறையைப்போன்ற மிக நுணுக்கமான மதிப்பிலிருந்து $10^{55}\,kg$ முறைமையான நாமறிந்த புடவியின் நிறையைப்போன்ற மாபெரும் மதிப்புவரை மாறுபடுகின்றது. பலவிதமான பொருள்களின் வகைநிற்ப நிறைகளின் வீச்சளவுகளையும் முறைமைகளையும் அட்டவணை 2.4 காட்டுகிறது.

2.5 நேரத்தை அளத்தல்

நேர இடைவெளியை அளப்பதற்கு நமக்கு ஒரு கடிகாரம் வேண்டும். இப்போது **நேரத்தின் அணுச்செந்தர**த்தை பயன்படுத்துகிறோம். இது சீசியவணுவிலுள்ள ஒரு சீரொழுங்கான அதிர்வின் அடிப்படையிலானது. இது **சீசியக்கடிகார**த்தின் அடிப்படை. இதை **அணுக் கடிகாரம்** என்றும் அழைக்கிறோம். இதுவே நாட்டுச்செந்தரங்களில் பயன்படுகிறது. இவ் வகையான பல செந்தரங்கள் பரிசோதனைச் சாலைகளில் உள்ளன. சீசியவணுக்கடிகாரத்தில் நொடி என்பது சீசியம் *133* அணுவின் தரைநிலை யில் இரண்டு அதிபண்மட்டங்களிடையில் நிகழும் நிலைமாற்றத்துக்கு நிகரான கதிர்வீச்சு 9,192,631,770 முறை அதிர்வதற்கு ஆகும் நேரம். ஒரு ஊசற்கடிகாரத்தில் ஊசலின் அலைவு கடிகாரநேரத்தை ஒழுங்குறுத்துகிறது. கைக்கடி காரங்களில் சமனச்சக்கரமும் படிகக்கடிகாரத் தில் கற்படிகமும் இதற்காக பயன்படுகின்றன. இதைப் போலவே, சீசியவணுவின் அலைவு சீசியவணுக்கடிகாரத்தின் வேகத்தை ஒழுங் குறுத்துகிறது.

சீசியவணுக்கடிகாரங்கள் மிகவும் துல்லிய மானவை. கொள்கையளவில் இவை பெயரத்தகு செந்தரத்தை வழங்குகின்றன. நொடி எனும் நாட்டுச்செந்தரமான நேர இடைவெளியை நான்கு சீசியவணுக்கடிகாரங்கள் தகவைக்கின் றன. புதுதில்லியிலுள்ள நாட்டின் இயற்பியச் சோதனைக்கூடத்தில் (நாவிசோவில்) இந்தியச் செந்தரநேரத்தை தகவைக்க ஒரு சீசியவணுக் கடிகாரம் இருக்கிறது.

இந்தியாவில் நேரம், அலைவெண், இன்ன பிற இயற்பியச்செந்தரங்களை தகவைப்பதும் மேம்படுத்துவதுமான பொறுப்பு நாவிசோவுக்கு உள்ளது. இந்தியச்செந்தர நேரம் இந்த அணுக்கடிகாரங்களுடன் தொடுக்கப்பட்டிருப் பதை நோக்குக. பயன்திறனான சீசியவணுக் கடிகாரங்கள் மிகவும் துல்லியமானவை. இவை நேர அளவீட்டுக்கு $\pm 1 \times 10^{-15}$ அதாவது 10^{15} இல் ஒரு பகுதி நிச்சயமின்மையையே வழங்குகின் றன. அதாவது, இவ்வாறான அமைகருவியில் தோன்றும் நிச்சயமின்மை 10^{15} இல் ஒரு பகுதியைவிட குறைவானது. இது ஓராண்டுக்கு $32\,\mu s$! நேர அளவீட்டின் இந்த மிகச்சிறந்த துல்லியத்தால் அவவலகின் மற்ற அளவுகளும் இதன்படியே வரையறையாகின்றன. சான்றாக, நீளத்தை ஒரு நேர இடைவெளியில் (நொடியின் 1/299 792 458 பாகம்) ஒளி செல்லும் தொலை வாக வரையறுக்கிறார்கள் (அட்டவணை 2.1).

புடவியில் நாம் எதிர்கொள்ளும் நிகழ்வுகளில் நேரவிடைவெளிகள் மிகப்பரந்த வீச்சளவில் மாறுபடுகின்றன. சில வகைநிற்ப நேரவிடைவெளிகளின் வீச்சளவுகளையும் முறைமைகளையும் அட்டவணை 2.5 தருகிறது.

அட்டவணை 2.5 நேர இடைவெளிகளின் வீச்சளவும் முறைமையும்

நிகழ்வு	நேர இடைவெளி (s)
மீநிலைப்பற்ற துகளின் வாழ்நேரம்	10^{-24}

ஒரு அணுக்கருத்தொலைவை ஒளி கடக்க ஆகும் நேரம்	10^{-22}
ஊடுகதிரின் சீரொழுங்குக்காலம்	10^{-19}
அணுவதிர்வுகளின் சீரொழுங்குக்காலம்	10^{-15}
ஒளியலைகளின் சீரொழுங்குக்காலம்	10^{-15}
ஓரணுவின் கிளர்ச்சிநிலையின் வாழ்நேரம்	10^{-8}
வானலையின் சீரொழுங்குக்காலம்	10^{-6}
ஒலியலையின் சீரொழுங்குக்காலம்	10^{-3}
கண்சிமிட்டல்	10^{-1}
மனித இதயத்துடிப்பிடை நேரம்	10^{0}
நிலாவிலிருந்து புவிக்கு ஒளி வர ஆகும் நேரம்	10^{0}
கதிரவனிலிருந்து புவிக்கு ஒளி வரும் நேரம்	10^{2}
துணைக்கோளின் சீரொழுங்குக்காலம்	10^{4}
புவியின் தற்சுழலனேரம்	10^{5}
நிலாவின் தற்சுழலுக்கும் சுற்றுப்பாதைக்குமான சீரொழுங்குக்காலம்	10^{6}
புவிப்பாதையின் சீரொழுங்குக்காலம்	10^{7}
அண்மையுடுவிலிருந்து புவிக்கு ஒளி வரும் நேரம்	10^{8}
சராசரி மனித வாழ்நேரம்	10^{9}
எகித்துப்பிரமிடுகளின் வயது	10^{11}
மூமாவின் மறைவிலிருந்து ஆன நேரம்	10^{15}
புடவியின் வயது	10^{17}

அட்டவணை 2.3இலும் அட்டவணை 2.5இலுமுள்ள எண்களிடையில் ஒரு ஆர்வமான இணைநிகழ்வு இருப்பதை நீங்கள் நோக்கலாம். நம் புடவியிலுள்ள பொருள்களின் மீப்பெரும நீளத்துக்கும் மீக்குறைந்த நீளத்துக்குமுள்ள விகிதம் சுமார் 10^{41} என்பதை நோக்குக. ஆர்வமானது என்னவென்றால், புடவியின் நிகழ்வுகளில் மீப்பெரும நேரவிடைவெளிக்கும் மீக்குறைந்த நேரவிடைவெளிக்குமுள்ள விகிதமும் 10^{41} . இந்த எண் சராசரியான நிறைகளை பட்டியலிடும் அட்டவணை 2.4இல் மீண்டும் வருகிறது. புடவியிலுள்ள பொருள்களின் மீப்பெரும நிறைக்கும் மீக்குறைந்த நிறைக்குமுள்ள விகிதம் சுமார் $(10^{41})^2$. இந்த எண்களுக்கிடையான இணைநிகழ்வு வெறும் நேர்வா?

2.6 செங்கருவிகளின் சரியளவும், துல்லியமும் அளவீடுகளின் பிழையும்

எல்லா பரிசோதனையறிவியல்களிலும் தொழினுட்பங்களிலும் அளவீடுகள் அடிப்படையானவை. எந்த செங்கருவியாலும் அளவிட்ட எந்த அளவீட்டிலும் ஒரு நிச்சயமின்மை இருக்கிறது. இந்த நிச்சயமின்மையை பிழை என்கிறோம். அளவிட்ட அளவுகளிலிருந்து கணக்கிட்ட எந்த விளைவிலும் பிழை இருக்கிறது. நாம் **சரியளவு**, **துல்லியம்** ஆகிய இரண்டு சொற்களிடையில் வேறுபாடுகாண வேண்டும். ஒரு அளவீட்டின் சரியளவு என்பது அளவீடு உண்மையான மதிப்புக்கு எவ்வளவு அருகில் உள்ளது என்பதை காட்டுகிறது. துல்லியம் என்பது அளவீட்டின் பகுதிறனை காட்டுகிறது.

அளவீட்டின் சரியளவு பல காரணிகளை சார்ந்திருக்கலாம். இவற்றுள் அளவீட்டுச்செங்கருவியின் பகுதிறனும் ஒன்று. சான்றாக, ஒரு குறிப்பிட்ட நீளத்தின் உண்மையான மதிப்பு $3.678\ cm$ க்கருகில் உள்ளதாக கொள்வோம். ஒரு பரிசோதனையில் $0.1\ cm$ பகுதிறனுள்ள ஒரு அளவீட்டுச்செங்கருவியால் $3.5\ cm$ என்றும் மற்றொரு பரிசோதனையில் $0.01\ cm$ பகுதிறனுள்ள செங்கருவியால் $3.38\ cm$ என்றும் அளப்பதாக கொள்வோம். முதற்பரிசோதனையில் அதிகமான சரியளவு உள்ளது: ஏனெனில் அளந்த அளவு உண்மையளவுக்கு அருகிலுள்ளது. ஆனால் இதில் துல்லியம் குறைவு; ஏனெனில் இதன் பகுதிறன் $0.1\ cm$ மட்டுமே. இரண்டாவது அளவீட்டில் சரியளவு குறைவு: ஆனால் துல்லியம் அதிகம். ஒவ்வொரு அளவீடும் அளவீட்டிலுள்ள பிழைகளால் தோராயமானதே. பொதுவாக, அளவீட்டுப்பிழைகளை (அ) அமைமுறைப்பிழைகள் (ஆ) நேர்ந்தவாறான பிழைகள் என்று பாகுபடுத்தலாம்.

அமைமுறைப்பிழைகள்

இவை நேர்மமாகவோ எதிர்மமாகவோ ஒரே திசையில் இருக்கும் போக்குள்ளவை. **அமைமுறைப்பிழை**களின் சில மூலங்கள்:

(அ) அளவீட்டுச்செங்கருவியின் கச்சிதமற்ற வடிவமைப்பாலோ அளதிருத்தலாலோ சுழியப் பிழையாலோ **செங்கருவிப்பிழை**கள் எழுகின் றன. சான்றாக, ஒரு வெப்பநிலையளவியிலுள்ள அளவுக்குறிகள் சரியான அளதிருத்தமில்லாம லிருக்கலாம். செவெவவில் நீரின் கொதி நிலையை $100\ °C$ என்று காட்டுவதற்குப்பதிலாக $104\ °C$ என்று காட்டலாம். ஒரு வெர்னிய ரிடுக்கியில் சருக்களவத்தின் சுழியக்குறிப்பி நிலையளவத்தின் சுழியக்குறிப்பியுடன் பொருந்தாமலிருக்கலாம். ஒரு மீட்டர்க்கோல் ஒரு நுனியில் தேய்ந்துபோயிருக்கலாம்.

(ஆ) **பரிசோதனைச்செய்நுட்பங்களிலும் செய்முறைகளிலும் கச்சிதமின்மை** இருக் கிறது. மனிதவுடலின் வெப்பநிலையை தீர்மா னிக்க அக்குளில் வைத்த ஒரு வெப்பநிலையளவி உடல்வெப்பநிலையின் உண்மையான மதிப்பை விட குறைந்த அளவையே எப்போதும் காட்டும். வெளிவெப்பநிலை, வளியீரம், காற்றின் வேகம் போன்ற மற்ற வெளிக்காரணிகளும் பரிசோத னையின்போது அளவீடுகளை அமைமுறையாக பாதிக்கலாம்.

(இ) பரிசோதனையாளரின் கோடல், செங்கருவியை சரியாக அமைக்காதது, அளவு களை நோக்குவதில் கவனமின்மை, தேவையான முன்னெச்சரிக்கைகளை கடைப்பிடிக்காதது போன்றவற்றால் **தனியாட்பிழை**கள் எழுகின் றன. சான்றாக, ஒரு அளவியின் ஊசியை நோக்கும்போது தலையை ஒருபக்கமாக சரித்து வைத்திருப்பது ஒருவரது பழக்கமெனில், அவர் ஒரு **நோக்குமயக்கப்பிழை**யை புகுத்துகிறார்.

அமைமுறைப்பிழைகளை குறைக்க பரிசோ தனைச்செய்நுட்பங்களை மேம்படுத்தலாம்; சிறந்த செங்கருவிகளை பயன்படுத்தலாம்; இயன்றவரை தனியாட்கோடலை அகற்றலாம். ஒரு குறிப்பிட்ட பரிசோதனையமைப்பில் இந்த பிழைகளை ஓரளவுக்கு மதிப்பறிந்து தேவையான திருத்தங்களை அளவீடுகளுடன் சேர்த்துக்கொள்ளலாம்.

நேர்ந்தவாறான பிழைகள்

அளவிலும் கணிதக்குறியிலும் ஒழுங்கின்றி நிகழும் பிழைகளை **நேர்ந்தவாறான பிழை**கள் என்கிறோம். இவை பரிசோதனையின் (வெப்ப நிலை, மின்வழங்கல், எந்திரவிய அதிர்வுகள் போன்ற) நிலைமைகளில் ஏற்படும் முன்னறிய வியலாத துடிமாற்றங்களாலும் அளவுகளை குறிக்கும்போது தனியாளின் கோடலற்ற பிழைகளாலும் உண்டாகலாம். சான்றாக, ஒரே மனிதர் ஒரே பரிசோதனையை மீண்டும் மீண்டும் செய்யும்போது கண்டறிதல்களின் மதிப்புகள் ஒவ்வொரு முறையும் சிறிதளவு மாற வாய்ப்புள்ளது.

மீச்சிற்றெண்ணிக்கைப்பிழை

ஒரு செங்கருவி அளக்கக்கூடிய மீச்சிறு மதிப்பை அதன் **மீச்சிற்றெண்ணிக்கை** என்கிறோம். செங்கருவி அளக்கும் எல்லா அளவீடுகளும் இந்த எண்ணிக்கைக்குள்ளாகவே சரியானவை.

மீச்சிற்றெண்ணிக்கைப்பிழை என்பது செங்கருவியின் பகுதிறனுடன் தொடர்பான பிழை. சான்றாக, ஒரு வெர்னியரிடுக்கியின் மீச்சிற்றெண்ணிக்கை $0.01\ cm$; ஒரு கோளத்தளவியின் மீச்சிற்றெண்ணிக்கை $0.001\ cm$. நீளத்தை அளக்க ஒரு மீட்டர்க்கோலை பயன்படுத்தும்போது அதில் $1\ mm$ இடைவெளியான கோடுகள் இருக்கலாம். மீச்சிற்றெண்ணிக்கைப்பிழை நேர்ந்தவாறான பிழையின் வகையைச்சேர்ந்தது. ஆனால் அதன் அளவு வரம்புடையது. இது மற்ற அமைமுறைப் பிழைகளுடனும் நேர்ந்தவாறான பிழைகளுட னும் சேர்ந்து நிகழலாம்.

அதிக துல்லியமான செங்கருவிகளை பயன் படுத்தியும் பரிசோதனைச்செய்நுட்பங்களை மேம்படுத்தியும் மீச்சிற்றெண்ணிக்கைப் பிழையை குறைக்கலாம். கண்டறிதலை பலமுறை மீண்டும் செய்து கூட்டிடைமத்தை எடுக்கும்போது, இடைம மதிப்பு அளவிடும் அளவின் உண்மையான மதிப்பினருகில் வரலாம்.

2.6.1 ஒப்பிலாப்பிழையும், ஒப்பளவப்பிழையும், பிழைநூற்றுவீதமும்

(அ) ஒரே அளவை பலமுறை அளவிடும்போது $a_1, a_2, \dots a_n$ என்ற மதிப்புகளை பெறுவதாக கொள்வோம். இந்த மதிப்புகளின் கூட்டிடைமமான

$$a_{\text{இடை}} = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} \qquad (2.4)$$

அதாவது,

$$a_{\text{இடை}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i}{n} \qquad (2.5)$$

என்பதை பரிசோதனையின் நிலைமைகளில் அளவின் சாத்தியமான மிகச்சிறந்த மதிப்பாக எடுக்கிறோம். ஏனெனில், முன்பே விவரித்தபடி, ஒவ்வொரு அளவீடும் உண்மைமதிப்பைவிட மிகுந்திருப்பதற்கும் குறைந்திருப்பதற்கும் கிட்டத்தட்ட சமவாய்ப்புள்ளது.

ஒரு அளவீட்டுக்கும் அளவின் உண்மைமதிப்புக்குமுள்ள வேறுபாட்டின் பருமனளவை அளவீட்டின் ஒப்பிலாப்பிழை என்கிறோம். இதை $|\Delta a|$ என்று குறிக்கிறோம். உண்மைமதிப்பை அறிய வேறு வழி ஏதும் இல்லாவிட்டால் கூட்டிடைமத்தை உண்மைமதிப் பாக கருதுகிறோம். அப்படியெனில் தனித்தனி அளவீடுகளிலுள்ள பிழைகள்

$$\Delta a_1 = a_1 - a_{\text{இடை}}$$
$$\Delta a_2 = a_2 - a_{\text{இடை}}$$
$$\dots$$
$$\Delta a_n = a_n - a_{\text{இடை}}$$

ஆகியவை. மேல் கணக்கிட்ட $\varDelta a$ களுள் சில நேர்மமாகவும் மற்றவை எதிர்மமாகவும் இருக்கலாம். ஆனால் ஒப்பிலாப்பிழையான $|\varDelta a|$ எப்போதும் நேர்மம்.

(ஆ) எல்லா ஒப்பிலாப்பிழைகளின் கூட்டிடைமத்தை இடைம ஒப்பிலாப்பிழை என்கிறோம். a என்ற இயலளவின் இடைம ஒப்பிலாப்பிழையை $\varDelta a_{\text{இடை}}$ என்று குறிக்கிறோம். அதாவது,

$$\varDelta a_{\text{இடை}} = \frac{|a_1| + |a_2| + \cdots + |a_n|}{n} \qquad (2.6)$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|\varDelta a_i| \qquad (2.7)$$

நாம் ஒரு ஒற்றையளவீட்டை மேற்கொண்டால், நாம் பெறும் மதிப்பு $a_{\text{இடை}} \pm \varDelta a_{\text{இடை}}$ என்ற இடைவெளியில் இருப்பதற்கு அதிக வாய்ப்புள்ளது. அதாவது

$$a = a_{\text{இடை}} \pm \varDelta a_{\text{இடை}}$$

$$a_{\text{இடை}} - \varDelta a_{\text{இடை}} \le a \le a_{\text{இடை}} + \varDelta a_{\text{இடை}} \qquad (2.8)$$

இதன் உள்ளுரையாக, a என்ற இயலளவின் ஒரு அளவீடு $a_{\text{இடை}} - \varDelta a_{\text{இடை}}$ க்கும் $a_{\text{இடை}} + \varDelta a_{\text{இடை}}$ க்கும் இடையில் இருக்க வாய்ப்புள்ளது. ஒப்பிலாப்பிழைக்குப்பதிலாக பலநேரங்களில் ஒப்பளவப்பிழையையோ பிழைநூற்றுவீதத்தையோ பயன்படுத்துகிறோம். **ஒப்பளவப்பிழை என்பது இடைமவொப்பிலாப்பிழைக்கும் அளவிடப்படும் அளவின் இடைமமதிப்புக்குமுள்ள விகிதம்**

$$\text{ஒப்பளவப்பிழை} = \frac{\varDelta a_{\text{இடை}}}{a_{\text{இடை}}} \qquad (2.9)$$

ஒப்பளவப்பிழையை நூற்றுவீதமாக சொல்லும் போது அதை **பிழைநூற்றுவீதம்** என்கிறோம்.

$$\text{பிழைநூற்றுவீதம்} = \delta a = \left(\frac{\varDelta a_{\text{இடை}}}{a_{\text{இடை}}}\right) \times 100\ \% \qquad (2.10)$$

ஒரு சான்றை காண்போம்.

சிக்கல் *2.6*

இரண்டு கடிகாரங்களை நாட்டுச் சோதனைக்கூடத்திலுள்ள செந்தரக்கடிகாரத்துடன் ஒப்பிட்டு சோதிக்கிறோம். செந்தரக் கடிகாரம் மதியம் $12:00:00$ என்று காட்டும் போது இரண்டு கடிகாரங்களும் காட்டும் நேரங்கள் பின்வருமாறு:

	முதற்கடிகாரம்	இரண்டாங்கடிகாரம்
திங்கள்	*12:00:05*	*10:15:06*
செவ்வாய்	*12:01:15*	*10:14:59*
புதன்	*11:59:08*	*10:15:18*
வியாழன்	*12:01:50*	*10:15:07*
வெள்ளி	*11:59:15*	*10:14:53*
சனி	*12:01:30*	*10:15:24*
ஞாயிறு	*12:01:19*	*10:15:11*

ஒரு பரிசோதனைக்கு நேர இடைவெளியை துல்லியமாக அளப்பது தேவையெனில் இந்த இரண்டு கடிகாரங்களுள் எதை பயன்படுத்துவீர்?

தீர்வு

கண்டறிந்த ஏழு நாட்களில் மாறுபாட்டின் வீச்சளவு முதற்கடிகாரத்துக்கு $162\,s$ உம் இரண்டாங்கடிகாரத்துக்கு $31\,s$ உம் என்று காண்கிறோம். முதற்கடிகாரத்தின் சராசரி கண்டறிதல்கள் இரண்டாங்கடிகாரத்தைவிட செந்தரநேரத்துக்கு மிக அருகிலுள்ளன. இங்கு முக்கியமாக கவனிக்கவேண்டியது என்ன வென்றால், துல்லியப்பணிகளுக்கு கடிகாரத்தின் சுழியப்பிழையைவிட அதன் மாறுபாடு அதிக பொருளுள்ளது. ஏனெனில் சுழியப் பிழையை எளிதில் திருத்திக்கொள்ளலாம். எனவே இரண்டாங்கடிகாரம் விரும்பத்தக்கது.

சிக்கல் *2.7*

ஒரு எளிய ஊசல் அலைவதின் சீரொழுங்குக்காலத்தை அளக்கிறோம். அடுத்தடுத்த அளவீடுகள் $2.63\,s$, $2.56\,s$, $2.42\,s$, $2.71\,s$, $2.80\,s$ என்று தருகின்றன. ஒப்பிலாப்பிழை, ஒப்பளவப்பிழை, பிழை நூற்றுவீதம் ஆகியவற்றை கணக்கிடுக.

தீர்வு

ஊசலலைவின் இடைமச்சீரொழுங்கு

$$T = \frac{(2.63 + 2.56 + 2.42 + 2.71 + 2.80)\ s}{5}$$

$$= \frac{13.12}{5}\ s = 2.62\ s$$

சீரொழுங்குக்காலங்களை $0.01\ s$ பகுதிறனுடன் அளவிட்டிருப்பதால் எல்லா நேரங்களும் இரண்டாம் பதின்மவிடத்துக்கு துல்லியமானவை. இதனால் இடைமத்தையும் அதே துல்லியத்துடன் எழுதினோம்.

அளவீடுகளிலுள்ள பிழைகள்

$$2.63\ s - 2.62\ s = 0.01\ s$$
$$2.56\ s - 2.62\ s = -0.06\ s$$
$$2.42\ s - 2.62\ s = -0.20\ s$$
$$2.71\ s - 2.62\ s = 0.09\ s$$
$$280\ s - 2.62\ s = 0.18\ s$$

பிழைகளும் அளவிடப்படும் அளவின் அலகுகளில் இருப்பதை நோக்குக.

எல்லா ஒப்பிலாப்பிழைகளின் கூட்டிடைமம்

$$\varDelta T_{\text{இடை}} = \frac{(0.01 + 0.06 + 0.20 + 0.09 + 0.18)\ s}{5}$$

$$= \frac{0.54}{5}\ s = 0.11\ s$$

இதன் பொருள் என்னவென்றால், எளிய ஊசலியின் சீரொழுங்குக்காலம் $2.62 \pm 0.11\ s$ என்ற இடைவெளியில் ($2.62 - 0.11\ s$ க்கும் $2.62 + 0.11\ s$ க்குமிடையில்) இருக்கிறது; அதாவது $2.73\ s$ க்கும் $2.51\ s$ க்குமிடையில்

உள்ளது. ஒப்பிலாப்பிழைகளின் கூட்டிடைமம் $0.11\,s$ என்பதால், நொடியின் முதற்பதின்ம விடத்திலே பிழை உள்ளது. அதனால் இரண்டாம் பதின்மவிலக்கத்தை எழுதுவதில் பொருளில்லை. எனவே,

$$T = \ 2.6 \pm 0.1\ s$$

என்று எழுதுவதே சரியானது. இறுதியிலக்க மான 6 நிச்சயமில்லாதது; ஏனெனில், 5ஆகவோ 7 ஆகவோவும் இருக்கலாம். அளவீட்டில் இரண்டு பொருளுடையிலக்கங் கள் இருப்பதாக சொல்கிறோம். முதலாவதான 2 நிச்சயமானது; இரண்டாவதான *0.6*இல் *0.1* அளவான பிழை இருக்கிறது. பொருளுடை யிலக்கங்களைப்பற்றி நீங்கள் 2.7ஆம் பகுதியில் படிப்பீர்கள்.

இங்கு, ஒப்பளவப்பிழை $\delta T = 0.1/2.6$; இது 4%.

ஒரு கோட்டின் நீளத்தை எவ்வாறு அளக்கலாம்?

இது என்ன கேள்வி என்று நீங்கள் எண்ணலாம். ஆனால் இது நேர்க்கோடா யில்லாவிட்டால்? குறுக்குமறுக்கான ஒரு கோட்டை குறிப்பேட்டிலோ பலகையிலோ வரைக. இதுவும் கடினமன்று. ஒரு நூலை எடுத்து கோட்டின்மீது வைத்து பிறகு நூலை நீட்டி அளக்கலாம்.

இனி, ஒரு தேசிய நெடுஞ்சாலையையோ ஆற்றையோ தொடர்வண்டிப்பாதையையோ நாடுகளிடையான எல்லைக்கோட்டையோ அளப்பதை கருதுக. ஒரு மீட்டர் நீளமுள்ள நூலாலோ *100* மீட்டர் நீளமான கயிற்றாலோ கோட்டுடனே அளந்துகொண்டு போனால் இதற்கு அதிகமான நேரமும் உழைப்பும் தேவைப்படும். இதனால் கிடைக்கும் சிறு பயனுக்கு இந்த அதிகமான செலவு பொருத்தமன்று. மேலும், இந்தப்பெரும்பணி யில் பிழைகள் ஏற்படும் வாய்ப்பு ஏராளம். இதைப்பற்றிய ஒரு ஆர்வமான உண்மை உள்ளது. பிரான்சுக்கும் பெல்சியத்துக்குமிடை யான எல்லைக்கோட்டின் நீளமாக அந்தந்த நாடுகளின் அதிகாரமான ஏடுகளில் குறித் திருப்பவை கணிசமாக வேறுபடுகின்றன.

மேலும் ஒரு படி சென்று கடலும் நிலமும் சந்திக்கும் கடற்கரையின் நீளத்தை கருது வோம். சாலைகளும் ஆறுகளும் கடற்கரை யின் ஒப்பளவில் மெதுவாகவே மாறக் கூடியவை. எனினும் நம் பள்ளிப்பாடநூல்கள் உட்பட பல ஆவணங்களும் குசராத்தின் கடற்கரை நீளத்தையும் ஆந்திராவின் கடற்கரைநீளத்தையும் தருகின்றன. தொடர் வண்டிப்பயணச்சீட்டுகளில் நிலையங்க ளிடையான தொலைவுகள் குறிக்கப் படுகின்றன. சாலைகளில் வழியெங்குமுள்ள பெயர்ப்பலகைகள் நகரங்களுக்கான தொலைவுகளை காட்டுகின்றன. இவற்றை யெல்லாம் எப்படி அளக்கிறார்கள்?

எவ்வளவு பிழையை சகிக்கலாம் என்பதை முதலில் முடிவுசெய்யவேண்டும். பிழைகளையும் செலவையும் உகமமாக்க வேண்டும். சிறு பிழைகளே வேண்டுமெனில் உயர்தொழினுட்பங்களும் இயற்பியல், கணிதம், பொறியியல் போன்றவற்றின் உயர்மட்டக்கருத்துகளும் அதிகச்செலவும் தேவையாகின்றன. இது அண்மைக்காலமாக கோட்பாட்டியற்பியலில் புகழ்பெற்ற பகுவல் என்ற புலத்தில் வருகிறது. அப்படியும் இவ்வாறு பெறும் விடைகள் நம்பத்தக்கவை யல்ல. இது பிரான்சுபெல்சியத்தின் வேற்றுவத்தில் தெளிவாகிறது. இந்த பிரான்சுபெல்சியக்கதை பகுவலுக்கும் ஒழுங்குகுலைவுக்குமான உயர்நிலையியற்பிய நூலின் முதற்பக்கத்தில் இடம்பெறுகிறது.

2.6.2 பிழைகளின் சேர்க்கை

ஒரு பரிசோதனையில் பல அளவீடுகளை நாம் மேற்கொண்டால் அவற்றின் பிழைகள் எவ்வாறு சேர்கின்றன என்பதை நாம் அறியவேண்டும். சான்றாக, ஒரு பொருளின் நிறையை அதன் பருமனால் வகுத்து நிறையடர்வை பெறுகிறோம். நிறையை அளப்பதிலும் பொருளின் அளவுகளை (நீள, அகலங்களை) அளப்பதிலும் பிழைகள் இருந்தால், பொருளின் அடர்விலுள்ள பிழை என்ன என்று அறிய விரும்புகிறோம். இவ்வாறான மதிப்பீடுகளைப்பெற, பிழைகள் வெவ்வேறு கணிதச்செயலங்களால் எவ்வாறு சேர்கின்றன என்பதை புரிந்துகொள்ள வேண்டும். இதற்காக கீழ்க்காணும் செய்முறையை பின்பற்றுகிறோம்.

(அ) கூட்டலிலும் கழித்தலிலும் பிழைகள்

A, B ஆகிய இரண்டு இயலளவுகளுக்கு $A \pm \Delta A$, $B \pm \Delta B$ என்ற அளவீடுகள் இருப்பதாக கொள்வோம்; இங்கு ΔA , ΔB ஆகியவை அவற்றின் ஒப்பிலாப்பிழைகள். இந்த இயலளவுகளின் கூட்டலாகிய $Z = A + B$யிலுள்ள பிழையை காண விரும்புகிறோம்.

$$Z + \Delta Z = (A \pm \Delta A) + (B \pm \Delta B)$$

என்ற கூட்டலால், சாத்தியமான **மீப்பெருமப் பிழை**

$$\Delta Z = \Delta A + \Delta B$$

$Z = A - B$ என்ற வேறுபாட்டுக்கு

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A) - (B \pm \Delta B)$$
$$= A - B \pm \Delta A \pm \Delta B$$

இங்கும் சாத்தியமான மீப்பெருமப்பிழை $\Delta Z = \Delta A + \Delta B$.

இதிலிருந்து கீழ்க்கண்ட விதியை பெறுகி றோம்: இரண்டு அளவுகளை ***கூட்டும்போதோ கழிக்கும்போதோ*** இறுதிவிளைவிலுள்ள ***ஒப்பிலாப்பிழை*** தனித்தனி அளவுகளிலுள்ள ***ஒப்பிலாப்பிழைகளின் கூட்டுத்தொகை***.

சிக்கல் *2.8*

இரண்டு பொருள்களின் வெப்பநிலை களை ஒரு வெப்பநிலையளவி $t_1 = 20°C \pm$

$0.5°C$, $t_2 = 50°C \pm 0.5°C$ என்று அளவிடுகின்றது. பொருள்களின் வெப்பநிலைவேறுபாட்டையும் அதிலுள்ள பிழையையும் காண்க.

தீர்வு

$$t' = t_1 - t_2$$
$$= (50°C \pm 0.5°C) - (20°C \pm 0.5°C)$$
$$= 30°C \pm 1°C$$

(ஆ) பெருக்கலிலும் வகுத்தலிலும் பிழைகள்

$Z = AB$ என்றும், A, B ஆகியவற்றை அளந்த மதிப்புகள் $A \pm \Delta A$, $B \pm \Delta B$ என்றும் கொள்க. அப்படியெனில்,

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A) \times (B \pm \Delta B)$$
$$= AB \pm B\Delta A \pm A\Delta B \pm \Delta A\Delta B$$

இடப்பக்கத்தை Z யாலும் வலப்பக்கத்தை சமமான ABயாலும் வகுத்து

$$1 \pm \frac{\Delta Z}{Z} = 1 \pm \frac{\Delta A}{A} \pm \frac{\Delta B}{B} \pm \left(\frac{\Delta A}{A}\right)\left(\frac{\Delta B}{B}\right)$$

என்பதை பெறுகிறோம். ΔA யும் ΔB யும் சிறிதாயிருப்பதால் அவற்றின் பெருக்கலை புறக்கணிக்கலாம். எனவே மீப்பெரும ஒப்பளவுப் பிழை

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta A}{A} \pm \frac{\Delta B}{B}$$

என்றாகிறது. வகுத்தலுக்கும் இது பொருந்துவதை நீங்கள் எளிதில் காணலாம்.

இதிலிருந்து கீழ்க்கண்ட விதியை பெறுகிறோம்: இரண்டு அளவுகளை ***பெருக்கும் போதோ வகுக்கும்போதோ*** இறுதிவிளைவிலுள்ள ***ஒப்பளவுப்பிழை*** தனித்தனி அளவுகளிலுள்ள ***ஒப்பளவுப்பிழைகளின் கூட்டுத்தொகை***.

சிக்கல் *2.9*

தடையம் $R = V/I$, $V = (100 \pm 5)V$, $I = (10 \pm 0.2)A$ எனில் R இல் நூற்றுவீதப் பிழையை காண்க.

தீர்வு

V யில் பிழைநூற்றுவீதம் 5%, I யில் 2%. எனவே R இல் மொத்தப்பிழை $5\% + 2\% = 7\%$.

சிக்கல் *2.10*

$R_1 = 100 \pm 3$ ஓம் , $R_2 = 200 \pm 4$ ஓம் ஆகிய தடையங்களுள்ள இரண்டு தடையிகளை தொடராகவும் இணையாகவும் இணைக்கிறோம். (அ) தொடரிணைப்பின் $R = R_1 + R_2$ என்ற சமானத்தடையத்தையும் (ஆ) இணையிணைப்பின் தடையமான R'ஐ

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

என்பதிலிருந்தும் காண்க. உதவி:

$$\frac{\Delta R'}{R'^2} = \frac{\Delta R_1}{R_1^2} \pm \frac{\Delta R_2}{R_2^2}$$

தீர்வு

(அ) தொடரிணைப்பின் சமானத்தடையம்

$$R' = R_1 + R_2$$
$$= (100 \pm 3) \text{ ஓம்} + (200 \pm 4) \text{ ஓம்}$$
$$= 300 \pm 7 \text{ ஓம்}$$

(ஆ) இணையிணைப்பின் சமானத் தடையம்

$$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{200}{3} \text{ ஓம்} = 66.7 \text{ ஓம்}$$

$\frac{\Delta R'}{R'^2} = \frac{\Delta R_1}{R_1^2} \pm \frac{\Delta R_2}{R_2^2}$ என்பதிலிருந்து

$$\Delta R' = \frac{R'^2 \Delta R_1}{R_1^2} + \frac{R'^2 \Delta R_2}{R_2^2}$$
$$= \left(\frac{66.7}{100}\right)^2 3 + \left(\frac{66.7}{200}\right)^2 4 = 1.8$$
$$R' = 66.7 \pm 1.8 \text{ ஓம்}$$

இங்கு, $\Delta R'$ ஐ 2 என்றோ 1.78 என்றோ எழுதாமல் பொருளுடையிலக்கங்களின் விதிகளால் 1.8 என்று எழுதினோம்.

(இ) அளவிட்ட அளவை படியால் உயர்த்தும்போது பிழை

$Z = A^2$ என்க. அப்படியெனில்,

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \left(\frac{\Delta A}{A}\right) + \left(\frac{\Delta A}{A}\right) = 2\left(\frac{\Delta A}{A}\right)$$

அதாவது, A^2 இலுள்ள ஒப்பளவுப்பிழை A யிலுள்ளதைவிட இரண்டு மடங்கு. பொதுவாக $Z = A^p B^q / C^r$ எனில்,

$$\frac{\Delta Z}{Z} = p\left(\frac{\Delta A}{A}\right) + q\left(\frac{\Delta B}{B}\right) + r\left(\frac{\Delta C}{C}\right)$$

இதிலிருந்து கீழ்க்கண்ட விதியை பெறுகிறோம்: ஒரு அளவை k யால் ***படியுயர்த்தும் போது*** இறுதி விளைவிலுள்ள ***ஒப்பளவுப்பிழை*** தனித்தனி அளவுகளிலுள்ள ஒப்பளவுப்பிழையின் k ***மடங்கு***.

சிக்கல் *2.11*

$$Z = \frac{A^4 B^{\frac{1}{3}}}{C D^{\frac{3}{2}}}$$

எனில் Zயில் ஒப்பளவுப்பிழையை காண்க.

தீர்வு

ஒப்பளவுப்பிழை

$$\frac{\Delta Z}{Z} = 4\frac{\Delta A}{Z} + \frac{1}{3}\frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{3}{2}\frac{\Delta D}{D}$$

சிக்கல் *2.12*

ஒரு எளிய ஊசலியின் சீரொழுங்குக் காலம் $T = 2\pi\sqrt{L/g}$. அளவிட்ட L இன் மதிப்பான $20.0\ cm$ $1\ mm$ க்கு சரியளவானது.

ஊசலியின் 100 அலைவுகளுக்கு ஆகும் t என்ற நேரத்தை $1\,s$ பகுதிறனுள்ள கடிகாரத் தால் அளந்து $90\,s$ என்று காண்கிறோம். gயை தீர்மானிப்பதன் துல்லியம் என்ன?

தீர்வு

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

இங்கு, $T = t/n$, $\Delta T = \Delta t/n$. எனவே,

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta t}{t}$$

L இலும் t யிலுமுள்ள பிழைகள் மீச்சிற்றெண்ணிக்கைப்பிழைகள்.

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta L}{L} + 2\frac{\Delta T}{T} = \frac{0.1}{20.0} + 2\left(\frac{1}{90}\right) = 0.027$$

பிழைநூற்றுவீதம்

$$\frac{\Delta g}{g} \times 100 = 3\%$$

2.7 பொருளுடையிலக்கங்கள்

ஒவ்வொரு அளவீட்டிலும் பிழை இருப்பதாக அறிந்தோம். எனவே, ஒரு அளவீட்டின் விளைவை அதன் துல்லியத்தை குறிக்கும்வகையில் அறிவிக்கவேண்டும். பொதுவாக, ஒரு அளவீட்டின் விளைவை நிச்சயமாகத்தெரிந்த எல்லா இலக்கங்களும் நிச்சமில்லாத முதல் இலக்கமும் சேர்ந்த எண்ணாக அறிவிக்கிறோம். நிச்சயமாக தெரிந்தவையும் முதல் நிச்சய மற்றதுமான இலக்கங்களை **பொருளுடையிலக் கங்கள்** என்கிறோம். ஒரு எளிய ஊசலியின் அலைவுச்சீரொழுங்கு $1.62\,s$ என்று சொல்லும் போது 1.6 நிச்சயமாகத்தெரிந்தது: 2 என்ற இலக்கம் நிச்சயமற்றது. எனவே அளவிட்ட மதிப்பில் மூன்று பொருளுடையிலக்கங்கள் உள்ளன. ஒரு பொருளின் நீளத்தை அளந்து $287.5\,cm$ என்று அறிவித்தால், இதில் நான்கு பொருளுடையிலக்கங்கள் உள்ளன. $2, 8, 7$ ஆகியவை நிச்சயமானவை; 5 நிச்சயமற்றது. பொருளுடையவற்றைவிட அதிகமான இலக்கங் களை அறிவிப்பது பொருளற்றது என்பது தெளிவு. அது அளவீட்டின் துல்லியத்தைப்பற்றிய தவறான பொருளையும் தரக்கூடியது.

பொருளுடையிலக்கங்களின் எண்ணிக் கையை தீர்மானிக்கும் விதிகளை கீழ்க்காணும் சான்றுகளால் புரிந்துகொள்ளலாம். பொருளுடை யிலக்கங்கள் அளவீட்டின் துல்லியத்தை குறிக் கின்றன என்று முன்பே சொல்லியிருக்கிறோம். இந்த துல்லியம் அளவிட்டுச்செங்கருவியின் மீச்சிற்றெண்ணிக்கையை சார்ந்திருக்கிறது. **அளவீட்டின் அலகுத்தேர்வுமையோ அள வீட்டை அலகுமாற்றுவதோ ஒரு அளவீட்டின் பொருளுடையிலக்கங்களின் எண்ணிக் கையை மாற்றுவதில்லை.** இந்த முக்கியமான கருத்தால் கீழ்க்காணும் கண்டறிதல்கள் தெளிவாகின்றன:

(அ) சான்றாக, $2.308\,cm$ என்ற நீளத்தில் நான்கு பொருளுடையிலக்கங்கள் உள்ளன. இதே மதிப்பை வேறு அலகுகளில் $0.02308\,m$ என்றோ $23.08\,mm$ என்றோ $23080\,\mu m$ என்றோ எழுதலாம்.

இந்த எல்லா எண்களிலும் ஒரே எண்ணிக்கை யான பொருளுடையிலக்கங்கள் உள்ளன. அவை $2, 3, 0, 8$ ஆகிய நான்கும். பொருளுடையிலக்கங் களின் எண்ணிக்கையை தீர்மானிப்பதில் பதின்மப்புள்ளியின் இடம் எந்தப்பங்கையும் வகிக்கவில்லை என்பதை இது காட்டுகிறது.

இந்த சான்று கீழ்க்காணும் விதிகளை தருகிறது.

- **எல்லா சுழியமற்ற இலக்கங்களும் பொருளுள் ளவை**
- **இரண்டு சுழியமற்ற இலக்கங்களுக்கிடை யிலுள்ள சுழியங்கள் பொருளுள்ளவை. இது பதின்மப்புள்ளி இருக்கிறதா என்ப தையும் எங்கிருக்கிறது என்பதையும் சாராதது.**
- **எண் 1ஐவிட சிறியதாயிருந்தால், பதின் மப்புள்ளியின் வலப்பக்கத்திலும் முதல் சுழியமற்ற இலக்கத்துக்கு இடப்பக்கத் திலுமுள்ள சுழியங்கள் பொருளற்றவை.** $0.\underline{00}2308$ என்ற எண்ணில் அடிக்கோடிட்ட இலக்கங்கள் பொருளற்றவை.
- **பதின்மப்புள்ளி இல்லாத எண்ணில் இறுதிச்சுழியங்கள் பொருளற்றவை.** $123\,m = 12300\,cm = 123000\,mm$ என்ற எண்ணில் மூன்று பொருளுடையிலக்கங் களே உள்ளன; இறுதிச்சுழியங்களுக்கு பொருளில்லை. எனினும், அடுத்ததையும் காண்க.
- **பதின்மப்புள்ளியுள்ள எண்ணில் இறுதிச் சுழியங்கள் பொருளுள்ளவை.** 3.500 , 0.06900 ஆகிய ஒவ்வொன்றிலும் நான்கு பொருளுடை யிலக்கங்கள் உள்ளன.

(ஆ) இறுதிச்சுழியங்களைப்பற்றி ஒரு குழப்பம் ஏற்படலாம். ஒரு நீளம் $4.700\,m$ என்று சொல்லியிருப்பதாக கொள்வோம். இங்கு அளவீட்டின் துல்லியத்தை குறிக்கவே சுழியங் கள் சேர்க்கப்பட்டிருப்பது தெளிவு. ஆகவே, அவை பொருளுள்ளவை. இல்லாவிட்டால் இந்த சுழியங்களை வெளிப்படை யாக எழுதுவது தேவையேயில்லை; $4.7\,m$ என்றே எழுதியிருக்க லாம். இதை

$$\begin{aligned} 4.700\,m &= 470.0\,cm = 4700\,mm \\ &= 0.004700\,km \end{aligned}$$

என்றவாறு அலகுமாற்றுவதை கருதுவோம். மில்லிமீட்டரில் எழுதிய எண்ணில் இறுதிச் சுழியங்கள் இருப்பதால் மேற்சொன்ன விதிக ளின்படி இதில் இரண்டே பொருளுடை யிலக்கங்கள் இருப்பதான தவறான முடிவுக்கு வருவோம். அதில் நான்கு பொருளுடையிலக் கங்கள் இருக்கின்றன. மெய் அலகுமாற்றத்தால் பொய்த்துப்போகாது.

(இ) பொருளுடையிலக்கங்களின் எண்ணிக்கையை தீர்மானிப்பதில் எழும் இதுபோன்ற பொருண்மயக்கங்களை நீக்க ஒவ்வொரு அளவீட்டையும் அறிவியற்குறியீட்டில் 10 இன் அடுக்குகளாக அறிவிப்பதே சிறந்தது. இந்தக்குறியீட்டில் எந்தவொரு எண்ணையும் $a \times 10^b$ என்ற வடிவிலே அறிவிக்கிறோம்; இங்கு, a 1இலிருந்து 9வரையான $(1 \leq a \leq 9)$ ஒரு எண்; b பத்தின் ஒரு நேர்மமானதோ எதிர்மமானதோ வான அடுக்கெண். எண்ணின் ஒரு தோராயமான மதிப்பை உணர a என்ற எண்ணை $1 \leq a < 5$ என்றபோது 1 க்கும் $5 \leq a < 10$ என்றபோது 10 க்கும் துன்முழுவாக்கலாம் (துல்லிய முழுவாக்கலாம்). அப்போது எண்ணை தோராயமாக 10^b என்ற வடிவத்தில் குறிக்கலாம்; இங்கு b என்ற அடுக்கெண்ணை இயலளவின் பருமனளவ முறைமை என்று அழைக்கிறோம். ஒரு மதிப்பீடு மட்டுமே தேவைப்படும்போது அளவு 10^b என்ற பருமனவமுறைமையில் இருக்கிறது என்று சொல்கிறோம். சான்றாக, புவியின் விட்டம் $(1.28 \times 10^7 m)$ $10^7\ m$ என்ற முறைமையிலிருப்பதாகவும் 7 என்ற பருமனளவ முறைமையில் இருப்பதாகவும் சொல்கிறோம். ஐதரசவணுவின் விட்டம் $(1.06 \times 10^{-10}\ m)$ $10^{-10}\ m$ என்ற முறைமையிலிருப்பதாகவும் அதன் பருமனளவமுறைமை -10 என்றும் சொல்கிறோம். எனவே புவியின் விட்டம் ஐதரசவணுவினதைவிட 17 பருமனளவ முறைமைகள் பெரியது.

முதலிலக்கத்துக்குப்பின் பதின்மப் புள்ளியை எழுதுவது வழக்கம். இப்போது மேல் சொன்ன குழப்பம் மறைகிறது.

$$4.700\ m = 4.700 \times 10^2\ cm = 4.700 \times 10^3\ nm = 4.700 \times 10^{-3}\ km$$

பொருளுடையிலக்கங்களை தீர்மானிப்பதில் 10இன் அடுக்கத்துக்கு தொடர்பில்லை. ஆனால், அறிவியற்குறியீட்டின் அடியெண்ணில் வரும் எல்லாச்சுழியங்களும் பொருளுள்ளவை.

இவ்வாறு, அறிவியற்குறியீட்டில் அடியெண்ணான a யிலுள்ள இறுதிச்சுழியங்களைப் பற்றிய குழப்பம் எழவில்லை. அவை எல்லாமே பொருளுள்ளவை.

(ஈ) அளவீடுகளை அறிவிக்க அறிவியற் குறியீடு நல்லியல்பானது. ஆனால் இதை பயன்படுத்தாதபோது, மேலுள்ள சான்றில் சொன்ன விதிகளை பின்பற்றுகிறோம்.:

- பதின்மப்புள்ளியற்ற 1ஐவிட அதிகமான எண்ணுக்கு இறுதிச்சுழியங்கள் பொருளற்றவை.
- பதின்மப்புள்ளியுள்ள எண்ணுக்கு இறுதிச் சுழியங்கள் பொருளுள்ளவை.

(உ) ஒன்றைவிடக்குறைவான எண்ணுக்கு (0.1250) பதின்மப்புள்ளியின் இடப்பக்கம் ஒரு மரபேற்பாக எழுதும் சுழியத்துக்கு ஒருபோதும் பொருளில்லை. ஆனால், இவ்வாறான எண்ணின் இறுதிச்சுழியங்கள் அளவீட்டில் பொருளுள்ளவை.

(ஊ) துன்முழுவாக்கியதோ அளவீட்டைக் குறிப்பதோ அல்லாத பெருக்கற்காரணிகளும் வகுத்தற்காரணிகளும் முழுச்சரியானவை; அவற்றுக்கு முடிவிலி பொருளுடையிலக்கங்கள் உள்ளன. சான்றாக, $r = d/2$ என்பதிலோ $s = 2\pi r$ என்பதிலோ வரும் 2 முழுச்சரியானது. இதை தேவையானபடி $2.0, 2.00, 2.0000$ என்றெல்லாம் எழுதிக்கொள்ளலாம். இதைப்போல், $T = t/n$இல் n ஒரு முழுச்சரியான எண்.

2.7.1 பொருளுடையிலக்கங்களின் கணக்கீட்டுச்செயலங்களுக்கான விதிகள்

அளவுகளின் தோராயமாக அளவிட்ட (வரம்புள்ள பொருளுடையிலக்கங்களுள்ள) மதிப்புகளுடன் கணக்கிடும்போது அதன் விளைவுகள் அளவிட்ட மதிப்புகளிலுள்ள நிச்சயமின்மையை காட்டவேண்டும். விளைவுகள் அவற்றின் அடிப்படையான அளவீடுகளைவிட அதிகச்சரியளவாக இருக்கவியலாது. பொதுவாக, இறுதிவிளைவில் அதன் மூலத்தரவுகளைவிட அதிகமான பொருளுடையிலக்கங்கள் இருக்கக் கூடாது. ஒரு பொருளின் நிறையை அளவிட்டு $4.237\ g$ (நான்கு பொருளுடையிலக்கங்கள்) என்றும் பருமனை $2.51\ cm^3$ என்றும் கண்டால், அதன் அடர்வு வெறும் கணக்கீட்டு வகுத்தலால் $1.68804780876\ g/cm^3$ என்ற விடையாக கிடைக்கும். அடர்வை இவ்வாறே 11 பதின்ம விடங்களுக்கு குறித்துக்கொள்வது கேலிக்குரிய வகையில் பொருளற்றது. இறுதிவிளைவுகளை மூல அளவீடுகளின் துல்லியத்துடன் ஒவ்வுமையாக்க கணக்கீடுகளில் கீழ்க்காணும் விதிகளை பின்பற்றுகிறோம்.

(அ) பெருக்கலிலும் வகுத்தலிலும், மூலவெண்களுள் குறைவான பொருளுடையிலக்கங்களுள்ள எண்ணிலுள்ள அதே எண்ணிக்கையான பொருளுடையிலக்கங்கள் விளைவிலும் இருக்க வேண்டும்.

மேற்கண்ட சான்றில், அடர்வை *மூன்று* பொருளுடையிலக்கங்களுக்கு எழுதவேண்டும்.

$$\text{அடர்வு} = \frac{4.237\ g}{2.51\ cm^3} = 1.69\ g\ cm^{-3}$$

இதைப்போலவே, ஒளியின் வேகம் $3.00 \times 10^8\ m\ s^{-1}$ (மூன்று பொருளுடையிலக்கங்கள்) எனில், ஓராண்டில் (*365.25* நாட்களில்) $3.1557 \times 10^7\ s$ (ஐந்து பொருளுடையிலக்கங்கள்) இருப்பதால் ஒளியாண்டு $9.47 \times 10^{15}\ m$ (மூன்று பொருளுடையிலக்கங்கள்).

(ஆ) கூட்டலிலும் கழித்தலிலும், மூலவெண்களுள் குறைவான பதின்மவிடங்களுள்ள எண்ணிலுள்ள அதே எண்ணிக்கையான பதின்மவிடங்கள் விளைவிலும் இருக்கவேண்டும்.

சான்றாக, $436.32\ g$, $227.2\ g$, $0.301\ g$ ஆகிய எண்களை கூட்டும்போது வெறும் கணக்கீட்டு விளைவு 663.821 என்று கிடைக்கிறது. ஆனால் மீக்குறைந்த துல்லியமான அளவீடு $(227.2\ g)$ ஒரேயொரு பதின்மவிடத்துக்கே துல்லியமானது.

எனவே, இறுதிவிளைவையும் $663.8\ g$ என்று துன்முழுவாக்கவேண்டும்.

இதைப்போல், நீளங்களின் வேறுபாட்டை

$$0.307\ m - 0.304\ m = 0.003\ m = 0.003\ m$$
$$= 3 \times 10^{-3}\ m$$

என்று எழுதுகிறோம். பெருக்கலுக்கும் வகுத்தலுக்குமான மேலுள்ள விதியை பயன்படுத்தி கூட்டுத்தொகையை $664\ g$ என்றோ வேறுபாட்டை $3.00 \times 10^{-3}\ m$ என்றோ எழுதக்கூடாது என்பதை நோக்குக. இவை அளவீடுகளின் துல்லியங்களை முறையாக காட்டவில்லை. கூட்டலுக்கும் கழித்தலுக்கும் விதி பதின்ம விடங்களின் வழியானது.

2.7.2 நிச்சயமற்ற இலக்கங்களை துன்முழுவாக்கல்

தோராயமான எண்களிலிருந்து கணக்கிட்ட விளைவுகளில் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட நிச்சயமற்ற இலக்கங்கள் இருக்கும்போது அந்த எண்களை நாம் துன்முழுவாக்கவேண்டும்; அதாவது துல்லியத்துடன் முழுமையாக்கவேண்டும். பெரும்பான்மையான வேற்றுவங்களில் எண்களை தேவையான பொருளுடையிலக்கங்களுக்கு துன்முழுவாக்குவதற்கான விதிகள் தெளிவாகத்தெரிகின்றன. $2.74\underline{6}$ என்ற எண்ணை மூன்று பொருளுடையிலக்கங்களுக்கு துன்முழுவாக்கினால் கிடைப்பது 2.75; மறுபக்கமாக $2.74\underline{3}$ என்ற எண் 2.74 ஆகிறது. இதற்கான விதி என்னவென்றால், **நீக்கப்பட வேண்டிய பொருளற்ற இலக்கம் (மேல் அடிக்கோடிட்டது) *5*ஆகவோ மேற்பட்டதாகவோ இருந்தால் அதற்கு முந்தைய இலக்கத்தை 1 ஆல் அதிகரிக்கிறோம்: *5*க்கு குறைவாயிருந்தால் மாற்றாமல் விடுகிறோம்**. இதன்படி, $2.74\underline{5}$ ஐ துன்முழுவாக்கி 1.75 என்று பெறுகிறோம்.

பல படிகளில் நடைபெறும் எந்த உட்சிக்கலான கணக்கீடுகளிலும், இடைப்படிகளில் பொருளுடையிலக்கங்களைவிட அதிகப்படியான ஓரிலக்கத்தை வைத்துக்கொள்ளவேண்டும். கணக்கீட்டின் முடிவில் இறுதிவிடையை தேவையானபடி துன்முழுவாக்க வேண்டும். பல பொருளுடையிலக்கங்களுக்கு நாமறிந்த எண்களை மற்ற அளவீடுகளின் துல்லியத்துடன் இயைபாகும்படி முதலிலே துன்முழுவாக்கிக் கொள்ளலாம், சான்றாக, $2.997\,924\,58 \times 10^{8}\ m\,s^{-1}$ என்ற வெற்றிடவொளிவேகத்தின் மூன்று பொருளுடையிலக்கங்களுக்கு துன்முழுவாக்கிய மதிப்பு ($3.00 \times 10^{8}\ m\,s^{-1}$ என்றவாறு*)* பல கணக்கீடுகளில் பயன்படுகிறது. மேலும், முழுச்சரியான எண்கள் ($T = 2\pi\sqrt{L/g}$ யில் வரும் 2 , π போன்றவை) முடிவிலாத்துல்லியமானவை என்பதை நினைவு கொள்க. πயின் மதிப்பை $3.1415926\ldots$ என்றவாறு மிக அதிகமான பொருளுடையிலக்கங்களுக்கு அறிகிறோம். பல நேரங்களில் குறைவான துல்லியமே தேவைப்படுமிடங்களில் அதை 3.142 என்றோ 3.14 என்றோ எடுக்கிறோம்.

சிக்கல் *2.13*

ஒரு கனச்சதுரத்தின் ஒவ்வொரு பக்கமும் $7.203\ m$ இருப்பதாக அளக்கிறோம். பொருத்தமான பொருளுடையிலக்கங்களில் கனச்சதுரத்தின் மொத்த மேற்பரப்பளவும் பருமனும் யாவை?

தீர்வு

அளவிட்ட நீளத்தில் பொருளுடையிலக்கங்களின் எண்ணிக்கை 4 . எனவே நாம் கணக்கிடும் பரப்பளவையும் பருமனையும் 4 பொருளுடையிலக்கங்களுக்கு துன்முழுவாக்கவேண்டும்.

கனச்சதுரத்தின் மேற்பரப்பளவு

$$= 6(7.203)^2\ m^2 = 311.299254\ m^2$$
$$= 311.3\ m^2$$

$$\text{பருமன்} = 7.203^3\ m^3 = 373.714754\ m^3$$
$$= 373.7\ m^3$$

சிக்கல் *2.14*

$5.74\ g$ நிறையுள்ள ஒரு பொருளின் பருமன் $1.2\ cm^3$. அதன் அடர்வை சரியான பொருளுடையிலக்கங்களுடன் தருக.

தீர்வு: அளவிட்ட நிறையில் 3 பொருளுடையிலக்கங்களும் அளவிட்ட பருமனில் 2 பொருளுடையிலக்கங்களும் உள்ளன. எனவே, அடர்வை 2 பொருளுடையிலக்கங்களுக்கு அறிவிக்கவேண்டும்.

$$\text{அடர்வு} = \frac{5.74}{1.2}\ g\ cm^{-3} = 4.8\ g\ cm^{-3}$$

2.7.3 எண்கணக்கீடுகளின் விளைவுகளில் நிச்சமின்மைக்கான சான்றுகள்

கீழ்வரும் சான்றுகளிலிருந்து அளவீடுகளின் எண்கணக்கீடுகளில் ஏற்படும் நிச்சயமின்மையை (பிழைகளை) தீர்மானிக்கும் விதிகளை நாம் உணரலாம்.

(அ) ஒரு மெல்லிய செவ்வகத்தகட்டின் நீளத்தையும் அகலத்தையும் ஒரு மீட்டர்க் கோலால் முறையே $16.2\ cm$, $10.1\ cm$ என்று அளந்தால், ஒவ்வொரு அளவீட்டிலும் மூன்று பொருளுடையிலக்கங்கள் உள்ளன. அதாவது, l என்ற நீளத்தை $16.2 \pm 0.1\ cm = 16.2\ cm \pm 0.6\ \%$ என்று எழுதலாம். இதைப்போல், b என்ற அகலத்தை

$$b = 10.1 \pm 0.1\ cm = 10.1\ cm \pm 1\ \%$$

என்று எழுதுகிறோம். இரண்டின் பெருக்குத்தொகையிலுள்ள பிழை, பிழைகளின் சேர்ப்பு விதியின்படி,

$$l\,b = 163.62\ cm^2 \pm 1.6\ \% = 163.62 \pm 2.6\ cm^2$$

எனவே, செவ்வகத்தகட்டின் பரப்பளவை மதிப்பிடுவதிலுள்ள பிழை $3\ cm^2$.

(ஆ) ஒத்த எண்களின் (ஒரே முறைமையிலும் n பொருளுடையிலக்கங்களும் உள்ளவற்றின்)

கூட்டலும் அவற்றை ஒத்திருக்கிறது; அதாவது n பொருளுடையிலக்கங்களுக்கு சரியானது. ஆனால் கணக்கீட்டில் கழித்தலும் ஈடுபடும்போது பொருளுடையிலக்கங்களின் எண்ணிக்கை குறையலாம்.

சான்றாக, $4.29, 3.06$ ஆகிய எண்களை கருது வோம். இரண்டும் 10^0 என்ற முறைமையானவை: இரண்டிலும் மூன்று பொருளுடையிலக்கங்கள் உள்ளன. இவற்றை கூட்டும்போது கிடைக்கும் 7.35 என்ற விடையும் அதே வகையானது. ஆனால் $4.29 - 3.06 = 0.35$ என்ற விடையில் இரண்டு பொருளுடையிலக்கங்களே உள்ளன.

(இ) n பொருளுடையிலக்கங்களுக்கு குறித்த எண்ணின் ஒப்பளவப்பிழை nஐ மட்டுமல்லா மல் எண்ணின் மதிப்பையும் சார்ந்திருக்கிறது.

சான்றாக, ஒரு நிறையின் அளவீடு $1.02\ g \pm 0.01\ g$ என்றும் மற்றொரு அளவீடு $9.89\ g \pm 0.01\ g$ என்றும் கொள்வோம். முதலாவதன் ஒப்பளவப்பிழை

$$= \left(\pm \frac{0.01}{1.02}\right) \times 100\ \% = \pm 1\ \%$$

இரண்டாவதிலுள்ள ஒப்பளவப்பிழை

$$\left(\pm \frac{0.01}{9.89}\right) \times 100\ \% = \pm 0.1\ \%$$

(ஈ) பலபடிக்கணக்கீட்டின் இடைவிளைவுக ளில், மீக்குறைந்த துல்லியமான எண்ணிலுள்ள பொருளுடையிலக்கங்களின் எண்ணிக்கையை விட ஒன்று அதிகமாயிருக்கவேண்டும். இல்லா விட்டால் துன்முழுவாக்கப்பிழைகள் திரளலாம்.

சான்றாக 9.58இன் புரட்டு, மூன்று பொருளு டையிலக்கங்களுக்கு துன்முழுவாக்கியபின், 0.104 ; ஆனால், 0.104 இன் புரட்டு, மூன்று இலக்கங்களுக்கு, 9.62 . மாறாக, $1/9.58 = 0.1044$ என்று எழுதி, பிறகு $1/0.1044 = 9.579$ என்று கணக்கிட்டு, அதன்பின் மூன்று பொருளுடையிலக்கங்களுக்கு துன்முழுவாக் கினால் தொடங்கிய எண்ணை மீட்பெறுகிறோம்.

இந்தச்சான்று பலபடிக்கணக்கீட்டில் பிழை கள் திரள்வதை தவிர்க்க இடைவிளைவுகளில் (மீக்குறைந்த துல்லியமான அளவீட்டிலுள்ள பொருளுடையிலக்கங்களின் எண்ணிக்கையை விட) ஒரு அதிகப்படியான பொருளுடை யிலக்கத்தை வைத்துக்கொள்வதன் தேவையை எடுத்துரைக்கிறது.

2.8 இயலளவுகளின் பருமானங்கள்

இயலளவுகளின் இயல்பை பருமானங்கள் விவரிக்கின்றன. எல்லா வருவித்த இயலளவு களையும் ஏழு அடிப்படை இயலளவுகளின்வழி விவரிக்கலாம். இந்த அடிப்படையளவுகளை இயலுலகின் ஏழு பருமானங்கள் என்றழைத்து அவற்றை பகர அடைப்புக்குறிகளால் குறிக்கி றோம். நீளத்துக்கு $[L]$, நிறைக்கு $[M]$, நேரத்துக்கு $[T]$, மின்னோட்டத்துக்கு $[A]$, ஆற்றலியக்கவெப்ப நிலைக்கு $[K]$, ஒளிர்வின் உரப்புக்கு $[cd]$, பொருளளவுக்கு $[mol]$ ஆகிய பருமானங்கள் உள்ளன. **ஒரு இயலளவை குறிக்க அடிப்படை யளவுகளை உயர்த்தவேண்டிய அடுக்கெண் களை அந்த இயலளவின் பருமானங்கள்** என்கிறோம். ஒரு அளவை பகரவடைப்பில் இட்டு அந்த அளவின் பருமானத்தை குறிக்கிறோம்.

எந்திரவியலின் எல்லா இயலளவுகளையும் $[L], [M], [T]$ ஆகிய பருமானங்களின்வழி எழுதி விடலாம். சான்றாக, ஒரு பொருள் எடுக்கும் பருமனை நீளம், அகலம், ஆழம் ஆகியவற்றின், அதாவது மூன்று நீளங்களின், பெருக்கலாக எழுதலாம். எனவே, பருமனின் பருமானங்கள் $[L] \times [L] \times [L] = [L]^3 = [L^3]$. பருமன் நிறையை யும் நேரத்தையும் சாராததால் அதன் நிறைப்பருமானமும் நேரப்பருமானமும் சுழியம் என்கிறோம். அதாவது பருமன் நிறையில் சுழியப்பருமானமும் நேரத்தில் சுழியப்பரிமண மும், நீளத்தில் முப்பருமானமும் உள்ளது.

அதைப்போல், விசை நிறைக்கும் முடுக்கத் துக்குமான பெருக்கல் என்பதால், அதை

$$\text{விசை} = \text{நிறை} \times \text{முடுக்கம்} = \text{நிறை} \times \frac{\text{நீளம்}}{(\text{நேரம்})^2}$$

என்று விவரிக்கலாம். விசையின் பருமானங்கள் $[M][L]/[T]^2 = [M\,L\,T^{-2}]$. எனவே, விசைக்கு நிறையில் ஒரு பருமானமும் நீளத்தில் ஒரு பருமானமும் நேரத்தில் -2 பருமானமும் உள்ளன. மற்ற அடிப்படையளவுகளில் அதன் பருமானம் சுழியம்.

இவ்வகையான குறிப்பீட்டில் பருமனளவு களை கருதவில்லை என்பதை நோக்குக. இயலளவு என்ன வகையானது என்ற பண்பையே உள்ளெடுக்கிறோம். தொடக்கத்திசைவேகம், திசைவேகத்தில் மாற்றம், சராசரித்திசைவேகம், இறுதித்திசைவேகம், வேகம் ஆகிய எல்லாம் இந்த சூழமைவில் சமானமானவை. இவற்றை யெல்லாம் நீளம்/நேரம் என்று விவரிக்க லாம் என்பதால் அவற்றின் பருமானங்கள் $[L]/[T]$, அதாவது $[LT^{-1}]$.

2.9 பருமானவாய்ப்பாடுகளும் பருமானச்சமன்பாடுகளும்

ஒரு இயலளவை எந்தெந்த அடிப்படையளவு கள் எவ்வாறு குறிக்கின்றன என்று காட்டும் கோவையை அந்த இயலளவின் *பருமான வாய்ப்பாடு* என்கிறோம். சான்றாக, பருமனின் பருமானவாய்ப்பாடு $[M^0\,L^3\,T^0]$. வேகத்துக்கும் திசைவேகத்துக்கும் பருமானவாய்ப்பாடு $[M^0\,L\,T^{-1}]$. முடுக்கத்துக்கு $[M^0\,L\,T^{-2}]$; நிறையடர்வுக்கு $[M\,L^{-3}\,T^0]$.

ஒரு இயலளவின் குறியீட்டை அதன் பருமான வாய்ப்பாட்டுடன் சமமாக்கி பெறும் சமன் பாட்டை அந்த இயலளவின் பருமானச்சமன்பாடு என்கிறோம். அதாவது, பருமானச்சமன்பாடுகள் இயலளவுகளின் பருமானங்களை அடிப்படை யளவுகளின்வழி காட்டும் சமன்பாடுகள். சான்றாக, பருமன் (V), வேகம் (v), விசை (F),

அடர்வு (d) ஆகியவற்றின் பருமானச்சமன்பாடுகள் கீழ்க்காணுமாறு:

$$[V] = [M^0\, L^3\, T^0]$$
$$[v] = [M^0\, L\, T^{-1}]$$
$$[F] = [M\, L\, T^{-2}]$$
$$[\rho] = [M\, L^{-3}\, T^0]$$

இயலளவுகளிடையான உறவுகளை குறிக்கும் சமன்பாடுகளிலிருந்து பருமானச்சமன்பாடுகளை பெறலாம். இவ்வாறான உறவுகளிலிருந்து வருவித்த பல வகையான பெரும் எண்ணிக்கையான இயலளவுகளின் பருமானவாய்ப்பாடுகளை அடிப்படையளவுகளின்வழி பிற்சேர்க்கை 9இல் உங்கள் நோக்கீட்டுக்காகவும் வழியுரைக்காகவும் தருகிறோம்.

2.10 பருமானப்பகுப்பாய்வும் அதன் பயன்பாடுகளும்

இயற்பிய நடத்தைகளை விவரிக்க உதவும் பருமானக்கருத்துருகளை இனங்காண்பது அடிப்படையில் முக்கியமானது; ஒரே பருமானமுள்ள இயலளவுகளையே கூட்டவோ கழிக்கவோ இயலும். பருமானப்பகுப்பாய்வை முற்றிலும் புரிந்துகொள்வது வெவ்வேறு இயலளவுகளிடையான உறவுகளை வருவிக்கவும், வருவித்தல்களை சரிபார்க்கவும், பல கணிதக்கோவைகளின் ஒருமைச்சீர்மையை (இயைபுமையை) சரிபார்க்கவும் உதவுகிறது. இரண்டோ மேற்பட்டதோவான இயலளவுகளின் பருமனளவுகளை பெருக்கும்போது அவற்றின் அலகுகளை மற்ற இயற்கணிதக்குறிகளைப்போலவே கையாள வேண்டும். மேற்காரணியிலும் கீழ்க்காரணியிலும் முற்றொருமையான அலகுகளை நீக்கலாம். ஒரு சமன்பாட்டின் இருபக்கங்களிலுமுள்ள கோவைகளுக்கு ஒரே அலகுப்பருமானம் இருக்கவேண்டும்.

2.10.1 சமன்பாடுகளின் பருமான இயைபுமையை சரிபார்த்தல்

ஒரே அலகுப்பருமானமுள்ள இயலளவுகளையே கூட்டலாம், கழிக்கலாம். சான்றாக, திசைவேகத்தை விசையுடன் கூட்டவியலாது; மின்னோட்டத்தை ஆற்றலியக்க வெப்பநிலையிலிருந்து கழிக்கவியலாது. இந்த எளிய கொள்கையை **பருமானங்களின் ஒருமைச்சீர்மை**க்கொள்கை என்கிறோம். இது ஒரு சமன்பாட்டின் சரியுடைமையை சரிபார்ப்பதில் மிகவும் பயனுள்ளது. எல்லா உருபுகளின் பருமானங்களும் ஒன்றாயில்லாவிட்டால் சமன்பாடு தவறானது. எனவே, ஒரு பொருளின் நீளத்துக்கான ஒரு சமன்பாட்டை நாம் வருவிக்கும்போது, மூலக்கணித உறவில் என்ன அடையாளங்கள் இருப்பினும், எல்லா பருமானங்களையும் எளிதாக்கியபின் எஞ்சியிருக்கும் பருமானம் நீளத்தின் பருமானமாயிருக்க வேண்டும். அதைப்போல், வேகத்துக்கான சமன்பாட்டை வருவிக்கும்போது, எளிமையாக்கியபின் சமன்பாட்டின் இருபக்கங்களிலும் பருமானங்கள் நீளம்/நேரம், அதாவது $[L\, T^{-1}]$, என்றே இருக்கவேண்டும்.

முக்கோணவியச்சார்பன்கள், மடக்கைச்சார்பன்கள், அடுக்கச்சார்பன்கள் போன்ற தனித்துவச்சார்பன்களின் செயலுருபுகள் பருமானமற்றவை. தூய எண்களும் ஒத்த இயலளவுகளின் விகிதங்களும் அலகற்றவை. சான்றாக, கோணம் இரண்டு நீளங்களின் விகிதம்; ஒளிவிலகற்சுட்டெண் இரண்டு ஊடகங்களில் ஒளியின் வேகங்களின் விகிதம். இவை அலகுப்பருமானங்களற்றவை. அதாவது இவற்றின் அலகுப் பருமானங்கள் சுழியங்கள். இப்போது

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

என்ற சமன்பாட்டின் ஒருமைச்சீர்மையை (இயைபுமையை) சரிபார்க்கலாம். இது $t = 0$ என்ற நேரத்தில் x_0 என்ற இடநிலையில் v_0 தொடக்கத்திசைவேகத்துடன் தொடங்கி a என்ற சீரான முடுக்கத்துடன் அசையும் ஒரு துகள் t என்ற நேரத்தில் இருக்கும் x என்ற இடநிலையை தரும் சமன்பாடு.

ஒவ்வொரு உருபின் பருமானத்தையும்

$$[x] = [L]$$
$$[x_0] = [L]$$
$$[v_0 t] = [L\, T^{-1}]\, [T] = [L]$$
$$\left[\frac{1}{2} a t^2\right] = [L\, T^{-2}][T^2] = [L]$$

என்று எழுதலாம். சமன்பாட்டின் வலப்பக்கத்திலுள்ள ஒவ்வோருருபுக்கும் நீளத்தின் பருமானம் இருப்பதாலும் அது இடப்பக்கத்தின் பருமானத்துடன் ஒத்துப்போவதாலும் சமன்பாடு சரியான பருமானமுள்ளது.

பருமானச்சோதனை அலகுகளின் பருமானங்கள் சரியாவதை மட்டுமே சரிபார்க்கிறது. இந்த சரிபார்ப்பு அலகமைப்பை சாராதது; அலகுகள் அவவமைப்பில் இருக்கும்போதும் மடங்குகளாலோ புரட்டுமடங்குகளாலோ வேறுபடலாம். ஒரு சமன்பாடு சரியானதா என்ற ஐயம் ஏற்படும்போது, சமன்பாட்டின் இயைபுமையை சரிபார்க்க ஒரு முன்னெளிய சோதனையாக பருமானங்களை பயன்படுத்துவது வழக்கம். ஆனால் **பருமானயியைபுமை சமன்பாடு சரியானது என்று உறுதியளிக்கவில்லை; பருமானயியைபின்மையை விளைவிக்காத பிழைகள் இருக்கலாம். ஒரு சமன்பாடு பருமானச்சோதனையில் தேறாவிட்டால் அது தவறானது. ஆனால் தேறினால் முற்றிலும் சரியானது என்று நாம் முடிவுசெய்ய இயலாது**.

சிக்கல் *2.15*

$$\frac{1}{2} m v^2 = m\, g\, h$$

என்ற சமன்பாட்டை கருதுக; இங்கு, m பொருளின் நிறை, v அதன் திசைவேகம், g புவியீர்ப்பால் முடுக்கம், h உயரம். இந்த சமன்பாடு பருமானத்தில் சரியானதா என்று சரிபார்க்க.

தீர்வு

இடப்பக்கத்தின் பருமானங்கள்

$$[M]\,[L\,T^{-1}]^2 = [M]\,[L^2\,T^{-2}] = [M\,L^2\,T^{-2}]$$

வலப்பக்கத்தின் பருமானங்கள்

$$[M]\,[L\,T^{-2}]\,[L] = [M][L^2\,T^{-2}] = [M\,L^2\,T^{-2}]$$

இரண்டு பக்கங்களின் பருமானங்கள் சமமாவதால் சமன்பாடு பருமானயியையுள்ளது.

சிக்கல் 2.16

ஆற்றலின் அவவலகு $J = kg\,m^2\,s^{-2}$; வேகத்தின் அலகு $v = m\,s^{-1}$; முடுக்கத்துக்கு $a = m\,s^{-2}$. கீழ்க்கண்ட வாய்ப்பாடுகளுள் எவற்றை இயக்கவாற்றலின் பருமானங்களல்ல என்று பருமான அலசலின் அடிப்படையில் விலக்கலாம்? (m பொருளின் நிறையை குறிக்கிறது.)

(அ) $K = m^2 v^2$

(ஆ) $K = \frac{1}{2} m v^2$

(இ) $K = ma$

(ஈ) $K = \frac{3}{16} m v^2$

(உ) $K = \frac{1}{2} m v^2 + ma$

தீர்வு

சரியான சமன்பாட்டின் இரண்டு பக்கங்களிலும் ஒரே பருமானம் இருக்கவேண்டும். மேலும், கூட்டலின் இரண்டு உருபுகளுக்கும் ஒரே பருமானம் இருக்கவேண்டும்.

இடப்பக்கத்திலுள்ள K யின் பருமானங்கள் $[M\,L^2\,T^{-2}]$. வலப்பக்கங்களின் பருமானங்கள் (அ) $[M^2\,L^2\,T^{-2}]$, (ஆ $[M\,L^2\,T^{-2}]$), (இ) $[M\,L\,T^{-2}]$, (ஈ) $[M\,L^2\,T^{-2}]$, (உ) $[M\,L^2\,T^{-2}] + [M\,L\,T^{-2}]$.

முதலில் (உ)வின் இரண்டு உருபுகளும் ஒத்துப்போகாததால் அதை நீக்கிவிடலாம். (அ)வும் (இ)யும் இடப்பக்கத்துடன் ஒத்துப்போகாததால் அவற்றை நீக்கலாம். (ஆ)வும் (ஈ)யும் பருமானங்களில் சரியானவை. இவற்றுள் எது ஆற்றலுக்கு சரியானது என்பதை பருமானப்பகுப்பாய்வால் மட்டுமே அறிய இயலாது. அதற்கு இயக்கவாற்றலின் வரையறை தெரியவேண்டும். அதை 6ஆம் படலத்தில் படிப்போம். (சரியான வாய்ப்பாடு (ஆ)).

2.10.2 இயலளவுகளிடையில் உறவுகளை வருவித்தல்

சிலநேரங்களில் பருமானமுறையை பயன்படுத்தி இயலளவுகளிடையில் உறவுகளை வருவிக்கலாம். ஒரு எந்திரவிய இயலளவின் பருமானங்களை காண, வேறு மூன்று அளவுகளில் அதன் சார்புமை தெரியவேண்டும். இந்த சார்புமை மூன்று இயலளவுகளிலோ நேரியச்சார்புமையற்ற மூன்று மாறிகளிலோ இருக்கலாம். இந்த சார்புமை பெருக்கற்காரணியின் வடிவில் இருக்கவேண்டும். ஒரு சான்றை காண்போம்.

சிக்கல் 2.17

ஒரு நூலில் கட்டிய குண்டாலான எளிய ஊசலியை கருதுவோம். இது புவியீர்ப்பு விசையால் அலைவுறுகிறது. ஊசலியின் சீரொழுங்குக்காலம் நூலின் நீளமான l , குண்டின் நிறையான m, புவியீர்ப்புமுடுக்கமான g ஆகியவற்றை சார்ந்திருக்கிறது. சீரொழுங்கின் உறவை பருமானமுறையால் வருவிக்க.

தீர்வு

சீரொழுங்குக்காலம் $l,\ g,\ m$ ஆகியவற்றின் பெருக்கலாக சார்ந்திருப்பதை

$$T = k\,l^x\,g^y\,m^z$$

என்று எழுதலாம்; இங்கு, k ஒரு பருமானமற்ற மாறிலி, x, y, z ஆகியவை அடுக்கெண்கள்.

இரண்டு பக்கங்களிலும் பருமானங்களை கருதி,

$$[L^0\,M^0\,T^1] = [L^1]^x [L^1\,T^{-2}]^y\,[M^1]^z = [L^{x+y}\,T^{-2y}\,M^z]$$

என்று எழுதலாம். இப்போது, இரண்டு பக்கங்களிலும் பருமானங்களை சமமிட்டு

$$x + y = 0;\ -2y = 1; z = 0$$

என்று காண்கிறோம். இவற்றை தீர்த்து,

$$x = \frac{1}{2}, y = -\frac{1}{2}, z = 0$$

எனறு பெறுகிறோம். அப்படியெனில், $T = k\,l^{\frac{1}{2}}\,g^{-\frac{1}{2}}$. அதாவது, $T = k\sqrt{l/g}$. மாறிலியான k யின் மதிப்பை பருமானமுறையால் பெறவியலாது என்பதை நோக்குக. இங்கு, வாய்ப்பாட்டின் வலப்பக்கத்தை ஒரு எண் மடங்கால் பெருக்கினால், அது பருமானங்களை மாற்றுவதில்லை.

உண்மையில், $T = 2\pi\sqrt{l/g}$.

பருமானப்பகுப்பாய்வு ஒன்றுடனொன்று சார்ந்த இயலகளவுகளிடையான உறவுகளை தருவிக்க மிகவும் பயனுள்ளது. ஆனால், இந்த முறையால் பருமானமற்ற மாறிலிகளை அறிய வியலாது. பருமானமுறை பருமானச்சரியுடைமையை மட்டும் சரிபாக்க உதவுகிறது; முழுச்சரியுடைமையை சரிபார்க்க உதவவில்லை. ஒரே பருமானமுள்ள இயலளவுகளை அது வேறுபடுத்தவில்லை.

இந்த படலத்தின் முடிவிலுள்ள பல பயிற்சிகள் பருமானப்பகுப்பாய்வில் நீங்கள் திறமைபெற உதவுகின்றன.

சுருக்கவுரை

1. இயற்பியல் இயலளவுகளின் அளவீடுகளின் அடிப்படையிலான ஒரு அளவிய அறிவியல். சில இயலளவுகளை

அடிப்படையளவுகளாக தேர்ந்திருக்கிறோம். அவை நீளம், நிறை, நேரம், மின்னோட்டம், ஆற்றலியக்க வெப்பநிலை, பொருளளவு, ஒளிர்வின் உரப்பு ஆகியவை.

2. ஒவ்வொரு அடிப்படையளவையும் ஒரு அடிப்படையலகால் வரையறுக்கிறோம். அலகு என்பது குறிப்பற்ற வகையில் தேர்ந்த ஒரு அடிப்படையான நோக்கீட்டுச்செந்தரம். இவை முறையே மீட்டர், கிலோகிராம், நொடி, ஆம்பியர், கெல்வின், மோல், காண்டலா ஆகியவை.
3. அடிப்படையளவுகளிலிருந்து வருவித்த மற்ற அளவுகளை அடிப்படையலகுகளின் சேர்க்கைகளால் விவரிக்கலாம். அடிப்படையலகுகளும் வருவித்த அலகுகளும் சேர்ந்த ஒரு முழுமையான அலகுக்கணத்தை அலகமைப்பு என்கிறோம்.
4. ஏழு அடிப்படையலகுகளாலான அனைத்துலக அலகமைப்பு என்பது இப்போது உலகமுழுவதும் ஏற்கப்பட்டு பெருவழக்காக நடைமுறையில் உள்ளது.
5. அடிப்படையளவுகளும் அவற்றிலிருந்து பெற்ற வருவித்த அளவுகளுமான எல்லா இயலளவீடுகளிலும் அவவலகுகள் பயன்படுகின்றன. சில வருவித்த அலகுகளை அவவலகுகளால் விவரித்து தனித்துவப்பெயர்களால் அழைக்கிறோம். சூல், நியூட்டன், வாட்டு ஆகியவை சான்றுகள்.
6. அவவலகுகளுக்கு நன்கு வரையறுக்கப்பட்டதும் அனைத்துலகில் ஏற்கப்பட்டதுமான அடையாளங்கள் உள்ளன. சான்றாக, மீட்டருக்கு m, கிலோகிராமுக்கு kg, நொடிக்கு s, ஆம்பியருக்கு A, நியூட்டனுக்கு N.
7. பெரிய அளவுகளுக்கும் சிறிய அளவுகளுக்குமான இயலளவீடுகளை 10 இன் மடங்குகளாலான அறிவியற் குறியீட்டில் குறிப்பது வழக்கம். அறிவியற்குறியீடும் முன்னொட்டுகளும் அளவீட்டுக்குறியீடுகளையும் கணக்கீடுகளையும் எளிமையாக்க பயன்படுகின்றன.
8. இயலளவுகளின் குறியீடுகளையும் அவவலகுகளின் செந்தர அடையாளங்களையும் அவமுன்னொட்டு களையும் முறையாக பயன்படுத்துவதற்கான சில விதிகளும் வழியுரைகளும் உள்ளன.
9. எந்த இயலளவையும் கணக்கிடும்போது வருவித்த அளவுகளின் அலகுகளை இயற்கணித அடையாளங்களைப்போல் கையாளலாம்.
10. இயலளவுகளை அளவிட நேரடியான முறைகளையோ மறைமுகமான முறைகளையோ பயன்படுத்தலாம். அளவிட்ட அளவுகளின் விளைவை தரும்போது அளவீட்டுச்செங்கருவியின் சரியுடைமையையும் துல்லியத்தையும் விளைவிலுள்ள பிழைகளையும் கணக்கிலெடுக்கவேண்டும்.
11. அளவிட்ட அளவுகளிலும் கணக்கிட்ட அளவுகளிலும் முறையான பொருளுடையிலக்கங்களை மட்டும் சேர்க்கவேண்டும். பொருளுடையிலக்கங்களின் எண்ணிக்கையை தீர்மானிக்கவும், அவற்றின் கணக்கீட்டுச்செயலங்களை நிகழ்த்தவும், நிச்சயமற்ற இலக்கங்களை துன்முழுவாக்கவும் விதிகளை பின்பற்றவேண்டும்.
12. அடிப்படையளவுகளின் பருமானங்களும் அவற்றின் சேர்க்கைகளும் இயலளவுகளின் இயல்பை காட்டுகின்றன. பருமானப்பகுப்பாய்வு சமன்பாடுகளின் இயைபுமையை சரிபார்க்கவும் இயலளவுகளிடையான உறவுகளை வருவிக்கவும் பயன்படுகிறது. பருமானமத்தால் இயைபான சமன்பாடு உண்மையில் முற்றிலும் சரியாக இருப்பது கட்டாயமில்லை; ஆனால் பருமானத்தால் இயைபற்ற சமன்பாடு நிச்சயமாக தவறானது.

பயிற்சிகள்

குறிப்பு: எண்கணிப்ப விடைகளில் பொருளுடையிலக்கங்களில் கவனஞ்செலுத்துக.

2.1 வெற்றிடத்தை நிரப்புக.

a. $1\,cm$ பக்கமுள்ள ஒரு கனச்சதுரத்தின் பருமன் __ m^3

b. $2.0\,cm$ ஆரமும் $10.0\,cm$ உயரமுமுள்ள ஒரு திண்மவுருளையின் மேற்பரப்பளவு __ $(mm)^2$

c. $18\,km\,h^{-1}$ வேகத்தில் செல்லும் ஒரு ஊர்தி $1\,s$இல் __ m பயணிக்கிறது.

d. ஈயத்தின் ஒப்பளவ அடர்வு 11.3. அதன் அடர்வு __ $g\,cm^{-2}$; அதாவது __ $kg\,m^{-3}$.

2.2 பொருத்தமான அலகுமாற்றத்தால் வெற்றிடத்தை நிரப்புக.

a. $1kg\,m^2\,s^{-2} = \cdots g\,cm^2\,s^{-2}$

b. $1\,m = \cdots ly$

c. $3.0\,m\,s^{-2} = \cdots km\,h^{-2}$

d. $G = 6.67 \times 10^{-11}\,N\,m^2\,kg^{-2} = \cdots cm^3\,s^{-2}\,g^{-1}$

2.3 கலோரி என்பது வெப்பத்தின் ஒரலகு. அது சுமார் $4.2\,J$ க்கு சமம்; $1\,J = 1\,kg\,m^2\,s^{-2}$. நிறைக்கு $\alpha\,kg$ என்ற அலகும் நீளத்துக்கு $\beta\,m$ என்ற அலகும் நேரத்துக்கு $\gamma\,s$ என்ற அலகுமுள்ள ஒரு அலகமைப்பை பயன்படுத்துவதாக கொள்வோம். இந்த

அலகமைப்பில் கலோரியின் பருமனளவு $4.2\,\alpha^{-1}\,\beta^{-2}\,\gamma^{2}$ என்று காட்டுக.

2.4 கீழ்க்காணும் கூற்றை தெளிவாக விளக்குக. "ஒப்புமைக்கான செந்தரத்தை குறிப்பிடாமல், ஒரு **பருமான** அளவை பெரியது என்றோ சிறியது என்றோ அழைப்பதில் பொருளில்லை." இந்த நோக்கில், கீழ்க்காணும் கூற்றுகளை தேவையானபடி மாற்றியமைக்க.

a. அணுக்கள் மிகச்சிறிய பொருள்கள்.

b. ஒரு உமிழவானூர்தி அதிவேகமாக அசைகிறது.

c. வியாழனின் நிறை மிக அதிகம்.

d. இந்த அறையிலுள்ள வளியில் அதிக எண்ணிக்கையான மூலக்கூறுகள் உள்ளன.

e. ஒரு நேர்மின்னி ஒரு எதிர்மின்னியைவிட மிக அதிகமான நிறையுள்ளது.

f. ஒலியின் வேகம் ஒளியின் வேகத்தைவிட மிகவும் குறைந்தது.

2.5 வெற்றிடத்தில் ஒளியின் வேகம் ஒன்றாக இருக்கும்படி நீளத்தின் ஒரு புதிய அலகை தேர்கிறோம். புவிக்கும் கதிரவனுக்குமிடையான தொலைவை கடக்க ஒளி *8* நிமிடம் *20* நொடி எடுத்தால், புதிய அலகில் இந்த தொலைவு எவ்வளவு?

2.6 கீழ்காண்பவற்றுள் எது நீளத்தை அளக்க மீத்துல்லியமான அமைகருவி?

a. சருக்களவத்தில் *20* பிரிவுகளுள்ள வெர்னியரிடுக்கி

b. $1\,mm$ சரிவும் வட்டளவத்தில் 100 பிரிவுகளுமுள்ள திருகளவி

c. ஒளியின் அலைநீளத்துக்குள் நீளத்தை அளவிடக்கூடிய ஒரு ஒளியியற்செங்கருவி

2.7 ஒரு மாணவர் மனித முடியின் தடிமனை அளக்க, ஒரு நுண்ணோக்கியால் 100 மடங்கான உருப்பெருக்கத்தில் பார்க்கிறார். 20 கண்டறிதல்களிலிருந்து முடியின் சராசரி அகலம் நுண்ணோக்கியின் காட்சிப்புலத்தில் $3.5\,mm$ இருப்பதாக காண்கிறார். முடியகலத்தின் மதிப்பீடு என்ன?

2.8 கீழ்க்காண்பவற்றுக்கு விடையளிக்க.

a. உங்களிடம் ஒரு நூலும் மீட்டரளவுகோலும் உள்ளன. நூலின் விட்டத்தை எவ்வாறு மதிப்பிடுவீர்?

b. ஒரு திருகளவியின் சரிவு $1.0\,mm$; வட்டளவத்தில் *200* பிரிவுகள் உள்ளன. வட்டளவத்தின் பிரிவுகளை வேண்டுமளவுக்கு அதிகரிப்பதன்மூலம் திருகளவியின் துல்லியத்தை அதிகரிப்பது சாத்தியமா?

c. ஒரு மெல்லிய பித்தளைத்தண்டின் சராசரி விட்டத்தை வெரினியரிடுக்கியால் அளக்கவேண்டும். விட்டத்தின் 5 அளவீடுகளின் கணத்தைவிட 100 அளவீடுகளின் கணம் அதிக நம்புமையயான மதிப்பீட்டை தரும் என்று எதிர்பார்ப்பது ஏன்?

2.9 ஒரு வீட்டின் நிழற்படம் ஒரு $35\,mm$ தகட்டில் $1.75\,cm^2$ பரப்பளவை எடுக்கிறது. இந்த தகட்டை ஒரு திரையில் வீழ்த்துகிறோம். திரையில் வீட்டின் பரப்பளவு $1.55\,m^2$ இந்த வீழ்ப்புத்திரையமைப்பின் நேரியவுருப்பெருக்கம் என்ன?

2.10 கீழ்க்காண்பவற்றில் பொருளுடையிலக்கங்களின் எண்ணிக்கையை கூறுக.

a. $0.007\,m^2$

b. 2.64×10^{24}

c. $0.2370\,g\,cm^{-3}$

d. $6.320\,J$

e. $6.032\,N\,m^{-2}$

f. $0.0006032\,m^2$

2.11 ஒரு செவ்வக மாழைத்தகட்டின் நீளம், அகலம், தடிமன் ஆகியவை முறையே $4.234\,m, 1.005\,m, 2.01\,cm$. தகட்டின் பரப்பளவையும் பருமனையும் சரியான பொருளுடையிலக்கங்களுக்கு தருக.

2.12 ஒரு மளிகைக்கடைத்தராசில் நிறுத்து ஒரு பெட்டியின் நிறை $2.30\,kg$ என்று காண்கிறோம். பெட்டியில் $20.15\,g, 20.17\,g$ ஆகிய நிறைகளுள்ள இரண்டு தங்கத்துண்டுகளை வைக்கிறோம். சரியான பொருளுடை யிலக்கங்களுக்கு (ஆ) பெட்டியின் மொத்த நிறையும் (ஆ) துண்டுகளின் நிறைகளின் வேறுபாடும் என்ன?

2.13 P என்ற இயலளவு a, b, c, d என்ற நான்கு கண்டறிதகுவன்களுடன் $P = a^3 b^2/(\sqrt{c}d)$ என்ற உறவில் இருக்கிறது. a, b, c, d ஆகியவற்றின் அளவீடுகளிலுள்ள பிழைநூற்றுவீதங்கள் முறையே $1\,\%, 3\%, 4\%, 2\%$ எனில், (அ) Pயில் ஏற்படும் பிழைநூற்றுவீதம் என்ன? (ஆ) 3.763 என்று கணக்கிட்ட P யின் மதிப்பை துன்முழுவாக்கவேண்டிய மதிப்பு என்ன?

2.14 பல அச்சுப்பிழைகளுள்ள ஒரு நூலில், சீரொழுங்கசைவை மேற்கொள்ளும் ஒரு துகளின் இடப்பெயர்ச்சியான y க்கு கீழ்க்காணும் நான்கு வெவ்வேறு வாய்ப்பாடுகள் காணப்படுகின்றன.

a. $y = a$ வவி$\left({}^{2\pi t}/_{T}\right)$

b. $y = a$ வவி vt

c. $y = \left({}^{a}/_{T}\right)$ வவி$\left({}^{t}/_{a}\right)$

d. $y = (a\sqrt{2})$(வவி$(^{2\pi t}/_{T})$ +
உவவி$(^{2\pi t}/_{T})$)

இங்கு, a துகளின் மீப்பெரும இடப்பெயர்ச்சி, v துகளின் வேகம், T அசைவின் சீரொழுங்குநேரம். தவறான வாய்ப்பாடுகளை **பருமான**ப்பகுப்பாய்வின் அடிப்படையில் நீக்குக.

2.15 இயற்பியலின் ஒரு புகழ்பெற்ற உறவு 'அசைவுநிறை'யான mஐ 'ஓய்வுநிறை'யான m_0 த்துடன் v என்ற அதன் வேகத்தாலும் c என்ற ஒளிவேகத்தாலும் உறவாக்குகிறது. (இந்த உறவு ஆல்பட்டு ஐன்சுடைனின் தனித்துவவொப்பளவுமையின் பின்விளைவாக முதலில் எழுந்தது) ஒரு மாணவருக்கு இந்த உறவு கிட்டத்தட்ட சரியாக நினைவிருக்கிறது: ஆனால் c என்ற மாறிலியை எங்கு இடவேண்டும் என்பது மறந்துவிட்டது. அவர்

$$m = \frac{m_0}{(1 - v^2)^{\frac{1}{2}}}$$

என்று எழுதியிருக்கிறார். எழுதாத c எங்கிருக்கவேண்டும் என்று ஊகிக்க.

2.16 அணுவளவத்தில் நீளத்தின் அலகாக செயலாற்ற Å என்று குறித்த ஆங்குதிரம் வசதியானது. $1\text{Å} = 10^{10}\,m$. ஐதரசவணுவின் அளவு சுமார் $0.5\,\text{Å}$. ஒரு மோல் ஐதரசவணுவின் மொத்த அணுப்பருமன் m^3இல் என்ன?

2.17 ஒரு நல்லியல்பான வளிமத்தின் ஒரு மோல் செந்தர வெப்பநிலையிலும் அழுத்தத்திலும் $22.4\,L$ பருமனை எடுக்கிறது (மோலிரப்பருமன்). ஒரு மோல் ஐதரசனின் மோலிரப்பருமனுக்கும் அணுப்பருமனுக்குமுள்ள விகிதம் என்ன? (ஐதரச மூலக்கூறின் அளவை சுமார் $1\,\text{Å}$ என்று கொள்க.) இந்த விகிதம் ஏன் இவ்வளவு பெரிதாயிருக்கிறது?

2.18 வழக்கமாக நாம் காணும் இந்த நிகழ்வை தெளிவாக விளக்குக: விரைவாகச்செல்லும் ஒரு தொடர்வண்டியிலிருந்து சாளரத்தின்வழியாக பார்க்கும்போது அருகிலுள்ள மரங்கள், வீடுகள் போன்ற பொருள்கள் எதிர்த்திசையில் வேகமாக அசைவதைப்போலும் தொலைவிலுளள குன்றுகள், நிலா, உடுக்கள் போன்ற பொருள்கள் நிலையாயிருப்பதாகவும் தோன்றுகின்றன. (உண்மையில் நாம் அசைவது நமக்குத்தெரியும் என்பதால் தொலைபொருள்கள் நம்முடன் வருவதாக உணர்கிறோம்.)

2.19 2.3.1ஆம் பகுதியிலுள்ள நோக்குமயக்கம் என்ற கொள்கை அதிதொலைவிலுள்ள உடுக்களின் தொலைவுகளை தீர்மானிக்க பயன்படுகிறது. ஆறுமாத வேறுபாட்டில் கதிரவனைச்சுற்றிய சுற்றுப்பாதையில் புவி இருக்கும் இரண்டு இடங்கள் AB என்ற அடிப்படைத்தொலைவுக்கான புள்ளிகளாக பயன்படுகின்றன. அதாவது அடிப்படைத்தொலைவு புவிச்சுற்றுப்பாதையின் விட்டமான $3 \times 10^{11}\,m$. ஆனால், இந்த அடிப்படைத் தொலைவுடனும் மீக்குறைந்த தொலைவிலுள்ள உடுவும் 1 விகலை என்ற முறைமையிலே நோக்கமயக்கத்தை உண்டாக்குமளவுக்கு உடுக்கள் தொலைவானவை. வானிய அளவங்களில் நீளங்களை அளப்பதற்கான ஒரு வசதியான அலகு *புசுவி*. இது புவியிலிருந்து கதிரவனின் தொலைவுக்கு சமமான அடிப்படையில் ஒரு பொருள் 1 விகலை நோக்கமயக்கத்தை உண்டாக்கும் தொலைவு. ஒரு புசுவி மீட்டரில் எவ்வளவு?

2.20 நம் கதிரவக்குடும்பத்திலிருந்து மீயண்மையான உடு 4.29 ஒளியாண்டுக்கு அப்பால் உள்ளது. இந்த தொலைவு புசுவியில் எவ்வளவு? (ஆல்பா சென்றாரசு என்ற பெயருள்ள) இந்த உடு புவியின் கதிரவச்சுற்றுப்பாதையில் ஆறுமாத இடைவெளியில் பார்க்கும்போது எவ்வளவு நோக்கமயக்கத்தை காட்டும்?

2.21 இயலளவுகளின் துல்லியமான அளவீடுகள்= அறிவியலில் *தேவை*. சான்றாக, ஒரு வானூர்தியின் வேகத்தை உறுதியிட, நெருக்கமான இடைவெளியுள்ள நேரங்களில் அதன் இடநிலைகள் தெரியவேண்டும். இதுவே இரண்டாம் உலகப்போரின்போது வாதுவீயின் கண்டுபிடிப்புக்கான செயலுந்தல். இக்கால அறிவியலில் நீளம், நேரம், நிறை இன்ன பிறவற்றின் துல்லியமான அளவீடுகள் தேவைப்படும் வெவ்வேறு சான்றுகளை எண்ணிப்பாருங்கள். இயன்றவிடங்களில் எவ்வளவு துல்லியம் தேவைப்படும் என்றும் கூறுக.

2.22 அறிவியலில் துல்லியமான அளவீடுகள் தேவைப்படுவதைப்போலவே, வழக்கமான கண்டறிதல்களாலும் எளிய கருத்துகளாலும் அளவுகளை தோராயமாக மதிப்பிட இயல்வதும் சமமான முக்கியத்துவமுள்ளது. கீழ்க்காண்பவற்றை மதிப்பிடும் வழிகளை சிந்தியுங்கள். (மதிப்பீட்டைப்பெறுவது கடிமாயிருக்கும்போது அளவின் ஒரு மேல்வரம்பை காண்க.)

a. இந்தியாவில் பருவக்காற்றுக்காலத்தில் மழைதாங்கும் மேகத்தின் மொத்த நிறை

b. யானையின் நிறை

c. புயலின்போது காற்றின் வேகம்

d. ஒருவரது தலையிலுள்ள முடியிழைகளின் எண்ணிக்கை

e. வகுப்பறையிலுள்ள வளிமூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கை

2.23 கதிரவன் ஒரு சூடான குழைமம் (அயனியான பொருண்மம்). அதன் உள்வத்தின் உட்பகுதியில் வெப்பநிலை $10^7 K$ஐ மிஞ்சுகிறது; வெளிமேற்பரப்பில் சுமார் $6000\ K$. இந்த உயர்வெப்பநிலைகளில் எந்தப்பொருளும் திண்மநிலையிலோ நீர்மநிலையிலோ இருப்பதில்லை. திண்மங்கள், நீர்மங்கள், வளிமங்கள் ஆகியவற்றின் அடர்வுவீச்சளவுகளுள் எந்த வீச்சளவில் கதிரவனின் நிறையடர்வு இருப்பதாக எதிர்பார்க்கலாம்? கீழ்க்காணும் தரவுகளிலிருந்து உங்கள் விடையை சரிபார்க்க: கதிரவனின் நிறை $2.0 \times 10^{30}\ kg$, ஆரம் $7.0 \times 10^8\ m.$

2.24 வியாழன் புவியிலிருந்து 824.7 இருமடியாயிரம் கிலோமீட்டர் தொலைவில் இருக்கும்போது அதன் கோணவிட்டம் 35.72 " என்று அளக்கப்படுகிறது. வியாழனின் விட்டத்தை கணக்கிடுக.

மேலும் பயிற்சிகள்

2.25 மழையில் v என்ற வேகத்தில் நடக்கும் ஒரு மனிதர் தன் குடையை நெடுநிற்பத்திலிருந்து θ என்ற கோணத்தில் சாய்க்கிறார். ஒரு மாணவர் θ வுக்கும் vக்குமிடையில் தொவி $\theta = v$ என்ற உறவை வருவித்து, $v \to 0$ என்றபோது $\theta \to 0$ என்றவாறு, எதிர்பார்க்கும் சரியான எல்லையை உறவு தருவதை சரிபார்க்கிறார். (வலுவான காற்று இல்லை என்றும் மழை நிலையான மனிதரின்மீது நெடுநிற்பமாக விழுகிறது என்றும் எடுகொள்கிறோம்.) இந்த உறவு சரியாயிருக்கலாம் என்று எண்ணுகிறீரா? இல்லையெனில், சரியான உறவை ஊகிக்க.

2.26 இரண்டு சீசியக்கடிகாரங்களை, எந்த இடையூறுமின்றி 100 ஆண்டுகளுக்கு ஓட விட்டால், அவை $0.02\ s$ அளவிலே வேறுபடும் என்பது ஒரு கைகோள். ஒரு சீசியக்கடிகாரத்தால் $1\ s$ நேர இடைவெளியை அளப்பதில் இதன் உள்ளுரை என்ன?

2.27 ஒரு சோடியவணுவின் அளவு சுமார் 2.5 Å என்ற எடுகோளுடன் அதன் சராசரி நிறையடர்வை மதிப்பிடுக. (அவகாடிரோவெண்ணின் தெரிந்த மதிப்பையும் சோடியத்தின் அணுநிறையையும் பயன்படுத்துக.) இதை படிகமுகநிலையில் சோடியத்தின் நிறையடர்வான $970\ kg\ m^{-3}$ உடன் ஒப்பிடுக. இரண்டு அடர்வுகளும் ஒரே பருமனளவமுறைமையில் இருக்கின்றனவா? ஏன்?

2.28 அணுக்கருவளவத்தில் நீளத்தின் அலகாக செயலாற்ற பெருமி வசதியானது. $1\ f = 10^{-15}\ m$. அணுக்கருவ ளவுகள் தோராயமாக $r = r_0 A^{1/3}$ என்ற சோதனைவழியான உறவை பின்பற்றுகின்றன; இங்கு, A அதன் நிறையெண், r_0 என்ற மாறிலி $1.2\ f$ க்கு சமமானது. இந்த விதி வெவ்வேறு அணுக்கருக்களுக்கு அணுக்கருநிறையடர்வு கிட்டத்தட்ட மாறிலி என்பதை உள்ளுரைக்கிறது என்று காட்டுக. சோடியவணுக்கருவின் நிறையடர்வை மதிப்பிடுக. இதை சோடியவணுக்கருவின் சராசரி நிறையடர்வாக *2.27*ஆம் பயிற்சியில் பெற்றதுடன் ஒப்பிடுக.

2.29 சீரொளி என்பது மிகவும் உரப்பான ஒற்றைநிற ஒற்றைத்திசைய ஒளிக்கற்றை. சீரொளியின் இந்த பண்புகளை பயன்படுத்தி நீண்ட தொலைவுகளை அளக்கலாம். புவியிலிருந்து நிலாவின் தொலைவு சீரொளியால் மிகத்துல்லியமாக அளக்கப்பட்டுள்ளது. நிலாவுக்கு செலுத்திய சீரொளி நிலாவின் மேற்பரப்பில் எதிரொளித்து திரும்ப $2.56\ s$ ஆகிறது. புவியைச்சுற்றி நிலா பயணிக்கும் சுற்றுப்பாதையின் ஆரம் என்ன?

2.30 ஒவவீ (ஒலியால் வழிகாணலும் வீச்சளத்தலும்) நீருக்கடியில் பொருள்களை துய்யறியவும் இடமறியவும் புறவொலியலைகளை பயன்படுத்துகிறது. ஒவவீ பொருத்தப்பட்ட ஒரு நீர்மூழ்கியில் துருவாய்வலை உண்டாகும் நேரத்துக்கும் எதிரிநீர்மூழ்கியிலிருந்து அதன் எதிரொலியை பெறுவதற்குமிடையான நேரம் $77.0\ s$ என்று காண்கிறார்கள். எதிரிநீர்மூழ்கியின் தொலைவு என்ன? (நீரில் ஒலியின் வேகம் $1450\ m\ s^{-1}$).

2.31 புடவியில் இக்கால வானியலர்கள் கண்டுபிடித்த மீத்தொலைவான பொருள்கள் அவற்றிலிருந்து ஒளி புவிக்கு வந்து சேர மும்மடியாயிரக்கணக்கான ஆண்டுகள் ஆகுமளவுக்கு தொலைவானவை. (போன்மவுடுக்கள் எனப்படும்) இத்தகைய பொருள்களில் இன்னும் மனநிறைவான வகையில் விளக்கவியலாத பல புதிரான பண்புக்கூறுகள் உள்ளன. ஒளி நம்மை வந்தடைய 3.0 மும்மடியாயிரம் ஆண்டுகள் ஆகும் ஒரு போன்மவுடுவின் தொலைவு கிலோமீட்டரில் என்ன?

2.32 கதிரவனின் ஒரு முழு இடைமறைப்பின்போது நிலாவின் வட்டு கதிரவவட்டை கிட்டத்தட்ட முற்றிலும் மறைப்பது நன்கறிந்த உண்மை. இதிலிருந்தும் சான்றுகள் *2.3, 2.4* ஆகியவற்றிலிருந்து பெறக்கூடிய தகவல்களிலிருந்தும் நிலாவின் தோராயமான விட்டத்தை தீர்மானிக்க.

2.33 சென்ற நூற்றாண்டின் ஒரு மாபெரும் இயற்பியலரான பால் தைராக்கு

இயற்கையின் அடிப்படை மாறிலிகளின் எண்மதிப்புகளுடன் விளையாடுவதில் மிகவும் ஆர்வமுள்ளவர். இதனால் இவர் ஒரு ஆர்வமான கண்டறிதலை அடைந்தார். அணுவியற்பியலின் அடிப்படை மாறிலிகளிலிருந்தும் (c , e , எதிர்மின்னிநிறை, நேர்மின்னிநிறை ஆகியவற்றிலிருந்து) நிறையீர்ப்புமாறிலியிலிருந்தும் நேரத்தின் **பருமான**முள்ள ஒரு எண்ணை அவர் வந்தடைந்தார். இது மிகவும் பேரளவான எண். இதன் பருமனளவு புடவியின் வயதைப்பற்றிய இப்போதைய மதிப்பீடான ~1.5 மும்மடியாயிரமாண்டின் அருகில் வருகிறது. இந்த நூலிலுள்ள அடிப்படைமாறிலிகளின் அட்டவணையிலிருந்து இந்த எண்ணை (வேறு எந்த ஆர்வமான எண்ணையும்) கட்டுமானிக்க முயல்க. இது புடவியின் வயதுடன் இணைநிகழ்வாவது பொருளுள்ளதெனில், அடிப்படைமாறிலிகளின் மாறாமையைப்பற்றி இதன் உள்ளுரை என்னவாயிருக்கும்?