

## வேலை, ஆற்றல், திறன்

- 6.1 அறிமுகம்
- 6.2 வேலை, இயக்கவாற்றல் ஆகிய கருத்துகளும் வேலையாற்றலுக்கான தேற்றமும்
- 6.3 வேலை
- 6.4 இயக்கவாற்றல்
- 6.5 மாறும் விசை செய்யும் வேலை
- 6.6 மாறும் விசைக்கான வேலையாற்றலின் தேற்றம்
- 6.7 இயன்மவாற்றல் என்ற கருத்துரு
- 6.8 எந்திரவாற்றலின் அழியாக்காப்பு
- 6.9 விற்சுருளின் இயன்மவாற்றல்
- 6.10 ஆற்றலின் பல வடிவங்களும் ஆற்றலின் அழியாக்காப்புவிதியும்
- 6.11 திறன்
- 6.12 மோதல்கள்
- சுருக்கவுரை
- உங்கள் சிந்தனைக்கு
- பயிற்சிகள்
- மேலும் பயிற்சிகள்
- பிற்சேர்க்கை

### 6.1 அறிமுகம்

அன்றாட வாழ்வில் வேலை, ஆற்றல், திறன் ஆகிய சொற்கள் அடிக்கடி பயன்படுகின்றன. விவசாயி நிலத்தினை உழுவதையும் கட்டடத்தொழிலாளி செங்கல்லை சுமப்பதையும் ஒரு ஓவியன் அழகுப்பரப்பினை வரைவதையும் தேர்வுக்கு ஒரு மாணவன் படிப்பதையும் வேலை என்ற சொல்லாலே அழைக்கிறோம். எனினும் இயற்பியலில் 'வேலை' எனும் சொல் ஒரு குறிப்பிட்ட துல்லியமான பொருளுள்ளது. ஒரு நாளில் 14-16 மணி நேரம் வேலைசெய்யும் திறனுள்ள ஒருவருக்கு அதிக உள்ளூரமோ ஆற்றலோ இருப்பதாக கூறுகிறோம். நெடுந்தொலைவு ஓடுபவரை அவரது ஆற்றலுக்கா கவும் உள்ளூரத்துக்காகவும் மெச்சுகிறோம். ஆக, ஆற்றல் என்பது வேலைசெய்யும் இயன்மை எனலாம்.

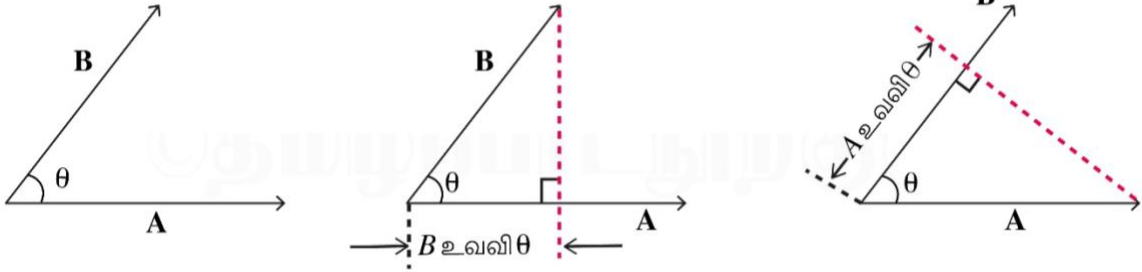
இயற்பியலிலும் ஆற்றல் வேலையுடன் இவ்வகையிலே தொடர்புறுகிறது. எனினும் மேற்கூறியவாறு 'வேலை' எனும் சொல்லை மிகத்துல்லியமாக வரையறுக்கிறோம். 'திறன்' எனும் சொல்லும் சற்றே வேறுபட்ட பல பொருள்களில் பயன்படுகிறது. கராத்தேயிலும் குத்துச்சண்டையிலும் அதிவேகத்தில் கொடுக்கப்படும் குத்துகளை 'திறன்மிகு குத்துகள்' எனக்கூறுகிறோம். இயற்பியலிலும் 'திறன்' என்ற சொல்லை இதைப்போன்ற பொருளிலே பயன்படுத்துகிறோம். இச்சொற்களின் இயற்பிய வரையறைக்கும் இவை நம் மனங்களில் தோற்றுவிக்கும் உடற்செயலியச்சித்திரத்துக்கும் ஒரு மெல்லிய தொடர்பு இருப்பதை நாம் காணலாம். இந்த மூன்று இயற்பியல் அளவுகளைப்பற்றி (வேலை, ஆற்றல், திறன்) அறிவதே இப்பாடத்தின் நோக்கம். இவற்றை புரிந்துகொள்ள இரண்டு

திசையன்களின் திசையிலிப்பெருக்கல் தேவை. எனவே முதலில் அதனை அறிவோம்.

### 6.1.1 திசையிலிப்பெருக்கல்

திசையன்களையும் அவற்றின் பயன்களையும் படலம் 4இல் பயின்றோம். இயலளவுகளான இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம், முடுக்கம், விசை, இன்ன பிறவெல்லாம் திசையன்களே. திசையன்களின் கூட்டலையும் கழித்தலையும் ஏற்கெனவே கற்றிருக்கிறோம். இப்போது திசையன்களை எவ்வாறு பெருக்குவது என்று கற்கவேண்டியுள்ளது. திசையன்களை பெருக்க இரண்டு வழிகள் உள்ளன. ஒன்று திசையிலியை விளைவாக தரும் திசையிலிப் பெருக்கல். மற்றொன்று திசையனைத்தரும் திசையன்பெருக்கல். திசையன்பெருக்கலை படலம் 7இல் எடுத்துக்கொள்வோம். இப்போது திசையிலிப்பெருக்கலை கற்போம்.

$A$ ,  $B$  ஆகிய இரு திசையன்களின் திசையிலிப் பெருக்கலை (புள்ளிப்பெருக்கலை)  $A \cdot B$  எனக்குறிக் கிறோம். ( $A$  புள்ளி  $B$  என



படம் 6.1 (அ)  $A, B$  என்ற திசையன்களின் திசையிலிப்பெருக்கல் ஒரு திசையிலி.  $A \cdot B = AB$  உவவி  $\theta$  (ஆ)  $B$  உவவி  $\theta$  என்பது  $A$ யின்மீது  $B$ யின் வீழ்ப்பு (இ)  $A$  உவவி  $\theta$  என்பது  $B$ யின்மீது  $A$ யின் வீழ்ப்பு.

திசையிலிப்பெருக்கல் முறைமைமாற்று விதியை பின்பற்றுகிறது என (6.1) ஆம் சமன்பாடு காட்டுகிறது.

$$A \cdot B = B \cdot A$$

திசையிலிப்பெருக்கல் பரவுமவிதிக்கும் கீழ்ப்படிகிறது.

$$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$$

மேலும்,  $A \cdot (\lambda B) = \lambda (A \cdot B)$ ; இதில்  $\lambda$  ஒரு மெய்யெண். மேல் கண்டவற்றுக்கான நிறுவல்களை உங்களுக்கு பயிற்சியாக விடுகிறோம்.

$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  ஆகிய அலகுத்திசையன்களுக்கு

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$$

என்பவற்றை நாம் அறிவோம். குறிப்பிட்ட இரு திசையன்களுக்கு

$$A = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$B = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

எனில், அவற்றின் திசையிலிப்பெருக்கல்

$$A \cdot B = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

வாசிக்க ). கீழ்க்கண்டவாறு அது வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$A \cdot B = AB \text{ உவவி } \theta \quad (6.1)$$

$\theta$  என்பது படம் 6.1(அ)வில் காட்டியவாறு இரு திசையன்களுக்கிடையான கோணம்.

$A, B$ , உவவி  $\theta$  ஆகியவை திசையிலிகளாக இருப்பதால் புள்ளிப்பெருக்கல் ஒரு திசையிலி.  $A, B$  ஆகிய இரண்டு திசையன்களுக்கும் திசைகள் இருப்பினும் அவற்றின் திசையிலிப்பெருக்கல் ஒரு திசையிலி.

(6.1)ஆம் சமன்பாட்டிலிருந்து

$$A \cdot B = A (B \text{ உவவி } \theta) = B (A \text{ உவவி } \theta)$$

என்பதை காண்கிறோம். வடிவியலின்படி,  $A$ யில்  $B$ யின் வீழ்ப்பே  $B$  உவவி  $\theta$ ;  $B$ யில்  $A$ யின் வீழ்ப்பே  $A$  உவவி  $\theta$ .

எனவே  $A \cdot B$   $A$ யின் பருமனளவையும்  $A$ க்கு நேரான  $B$ யின் அகையையும் பெருக்கியது. மறுவழியாக, அது  $B$ யின் பருமனளவையும்  $B$ க்கு நேரான  $A$ யின் அகையையும் பெருக்கியது என்றும் எண்ணலாம்.

$$= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad (6.2)$$

திசையிலிப்பெருக்கலின் வரையறையிலிருந்தும் (6.2)ஆம் சமன்பாட்டிலிருந்தும்

$$A \cdot A = A_x A_x + A_y A_y + A_z A_z,$$

$$\text{அதாவது } A^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 \quad (6.3)$$

என்று காண்கிறோம். இங்கு  $A \cdot A = |A||A|$  உவவி  $\theta = A^2$  என்பதை பயன்படுத்தினோம்.

$A$ யும்  $B$ யும் செங்குத்தானவை எனில்,  $A \cdot B = 0$

#### சிக்கல் 6.1

$$F = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$$

அலகுகளுள்ள

விசைக்கும்  $d = 5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$  அலகுகளுள்ள இடப்பெயர்ச்சிக் குமிடையான கோணத்தை காண்க. மேலும்,  $d$  யின்மீது  $F$  இன் வீழ்ப்பை காண்க.

#### தீர்வு

$$F \cdot d = F_x d_x + F_y d_y + F_z d_z$$

$$= 3(5) + 4(4) + (-5)(3)$$

$$= 16$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{F} \cdot \mathbf{d} &= Fd \cos \theta = 16 \\
\text{உவவி } \theta &= \frac{\mathbf{F} \cdot \mathbf{d}}{|\mathbf{F}||\mathbf{d}|} = \frac{16}{|\mathbf{F}||\mathbf{d}|} \\
F = |\mathbf{F}| &= \sqrt{\mathbf{F} \cdot \mathbf{F}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \\
&= \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = \sqrt{50} \\
d = |\mathbf{d}| &= \sqrt{\mathbf{d} \cdot \mathbf{d}} = \sqrt{d_x^2 + d_y^2 + d_z^2} \\
&= \sqrt{5^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{50} \\
\text{உவவி } \theta &= \frac{16}{\sqrt{50}\sqrt{50}} = \frac{16}{50} = 0.32 \\
\theta &= \text{உவவி}^{-1} 0.32 = 71.33^\circ = 1.24 \text{ rad}
\end{aligned}$$

## 6.2 வேலை, இயக்கவாற்றல்

### ஆகிய கருத்துகளும்

### வேலையாற்றலுக்கான தேற்றமும்

நிலையான முடுக்கத்தின்போது, நேர்க்கோட்டசைவின் கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டினை படலம் 3இல் எதிர்கொண்டோம்.

$$v^2 - u^2 = 2as \quad (6.4)$$

இதில்  $u, v$  ஆகியவை முறையே தொடக்க வேகமும் இறுதிவேகமும்;  $s$  கடந்த தொலைவு. இருபக்கங் களையும்  $m/2$ ஆல்பெருக்கி

$$\frac{1}{2}m v^2 - \frac{1}{2}m u^2 = mas = Fs \quad (6.5)$$

என்று பெறுகிறோம். நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியை ( $F = ma$ ) மேலுள்ள சமன்பாட்டில் பயன்படுத்தியுள்ளோம். (6.5)ஆம் சமன்பாட்டை திசையன்வடிவில் எழுதுவதன்மூலம்

$$v^2 - u^2 = 2\mathbf{a} \cdot \mathbf{d}$$

என்று பொதுவமாக்கலாம். மீண்டும் இருபக்கங்க ளையும்  $m/2$ ஆல்பெருக்கி

$$\frac{1}{2}m v^2 - \frac{1}{2}m u^2 = m\mathbf{a} \cdot \mathbf{d} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} \quad (6.6)$$

என்று பெறுகிறோம்.

மேலுள்ள சமன்பாடு இயக்கவாற்றலையும் வேலையையும் வரையறுக்க உதவுகிறது.  $\frac{1}{2}m v^2$  இறுதி இயக்கவாற்றலையும்,  $\frac{1}{2}m u^2$  தொடக்க இயக்கவாற்றலையும் குறிக்கின்றன.  $\mathbf{F} \cdot \mathbf{d}$  என்ற அளவை வேலை என்று அழைத்து  $W$  என்று குறிக்கிறோம். இதனால் (6.6)ஆம் சமன்பாடு

$$K_f - K_i = W \quad (6.7)$$

என்று மாறுகிறது. வேலை என்பது இடப்பெயர்ச்சி, இடப்பெயர்ச்சியின் போது செயலாற்றிய விசை ஆகியவற்றின் பெருக்கல்.

(6.7) ஆம் சமன்பாடு வேலையாற்றலின் தேற்றம் என்பதன் ஒரு தனித்துவ வேற்றுமை. இந்த தேற்றம் ஒரு துகளின் இயக்கவாற்றலில் ஏற்படும் மாற்றம் அதன்மீதான நிகரவிசை செலுத்தும் வேலைக்கு சமம் என்று உரைக்கிறது. மேற்கண்ட வருவித்தலை மாறும்

விசைக்கு பின்வரும் பகுதியில் பொதுவமாக்குவோம்.

### சிக்கல் 6.2

மழைத்துளி விழும்போது புவியீர்ப்பு விசையும் காற்றின் உராய்வுவிசையும் எதிரெதிர்த் திசைகளில் செயல்படுவது நன்கறிந்தது. காற்றின் உராய்வுவிசை மழைத்துளியின் வேகத்தை சார்ந்தது.  $1.00 \text{ g}$  நிறையுள்ள துளி  $1.00 \text{ km}$  உயரத்திலிருந்து விழுகிறது என கொள்வோம். அது  $50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  வேகத்தில் தரையில் வீழ்கிறது எனில், (அ) புவியீர்ப்பு செய்த வேலையை கணக்கிடுக. (ஆ) காற்றின் உராய்வு செய்த வேலையை கணக்கிடுக.

### தீர்வு

(அ) துளியின் தொடக்க வேகம்  $0 \text{ m/s}$

இயக்கவாற்றலில் மாற்றம்  $\Delta K = \frac{1}{2}m v^2 - 0 = \frac{1}{2} \times 10^{-3} \times 50^2 \text{ J} = 1.25 \text{ J}$

வசதிக்காக  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  எனக்கொள்வோம்.

புவியீர்ப்புவிசை செய்த வேலை

$$\begin{aligned}
W_g &= F_g d = mgh = 10^{-3} \times 10 \times 1000 \\
&= 10.0 \text{ J}
\end{aligned}$$

(ஆ) வேலையாற்றலின் தேற்றத்தின்படி,

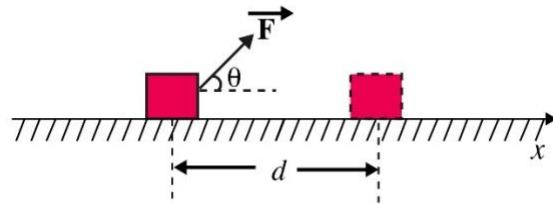
$$k_f - k_i = \Delta k = W = W_g + W_r$$

$$W_r = \Delta k - W_g = 1.25 - 10.0 = -8.75 \text{ J}$$

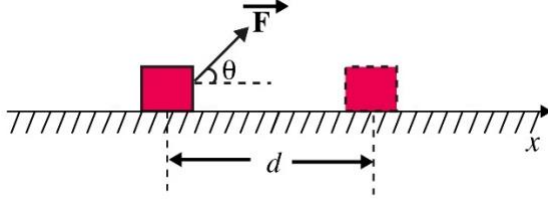
உராய்வுவிசை செய்த வேலை எதிர்மமாயிருப்பதை நோக்குக.

## 6.3 வேலை

முன்பே கண்டவாறு, வேலை விசைக்கும் விசையின்போது நிகழ்ந்த இடப்பெயர்ச்சிக்கும் தொடர்பானது.  $F$  எனும் விசை  $m$  எனும் நிறையின்மீது செயலாற்றுவதாக கொள்வோம். நேர்மத்திசையில் நிகழ்கின்ற இடப்பெயர்ச்சியை



படம் 6.2 காட்டுகிறது.



படம் 6.2 ஒரு பொருள்  $F$  என்ற விசையால்  $d$  என்ற இடப்பெயர்ச்சிக்கு உள்ளாதல்

இடப்பெயர்ச்சியின் திசையிலுள்ள விசையின் அகையையும் இடப்பெயர்ச்சியின் பருமளவையும் பெருக்கினால் கிடைப்பது செய்யப்பட்ட வேலை என வரையறுக்கிறோம். ஆகவே,

$$W = (F \text{ உவவி } \theta)d = F \cdot d \quad (6.8)$$

எவ்வளவுதான் விசை அதிகமாக இருப்பினும் இடப்பெயர்ச்சி இல்லாவிட்டால் வேலை செய்யப்படவில்லை என்பதை ஊன்றிக்கவனியுங்கள். கற்களால் கட்டப்பட்ட வலிமையான சுவற்றினை நீங்கள் எவ்வளவு விசையுடன் தள்ளினாலும், சுவர் எந்த வேலையையும் செய்யவில்லை. ஏனெனில் இடப்பெயர்ச்சி நடைபெறவில்லை. உங்கள் தசை இறுகுவதாலும் தளர்வதாலும் நீங்கள் ஆற்றலை இழந்து களைப்படைவது மெய். ஆனால் சுவர் இடம்பெயராததால் வேலை நடைபெறவில்லை. இவ்விதமாக, அன்றாட வாழ்வில் வேலை எனும் சொல்லின்பொருள் வேறு; இயற்பியலில் வேலை எனும் சொல்லின்பொருள் வேறு.

எங்கே வேலை நடைபெறவில்லை என்பதை பாருங்கள்.

1. இடப்பெயர்ச்சி சுழியம் எனில் வேலை சுழியமே. ஒரு எடைதூக்குபவர்  $150 \text{ kg}$  நிறையை  $30$  வினாடிகள் நிலையாக சுமந்தாலும் வேலை நடை பெறவில்லை.
2. விசை சுழியம் எனில் வேலை சுழியமே. உராய்வில்லாத வளவளப்பான கிடைமட்டத் தளத்தில் ஒரு கட்டி பயணிக்கிறது. விசையும் செலுத்தப்படவில்லை. உராய்வுவிசையும் இல்லை. எனவே வேலை நடைபெறவில்லை.
3. விசையும் இடப்பெயர்ச்சியும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருக்கும்போது வேலை நடைபெறவில்லை; ஏனெனில் அப்போது கோணம்  $90^\circ (= \frac{\pi}{2} \text{ rad})$ . உவவி  $90^\circ = 0$  என்பது நாம் அறிந்ததே. உராய்வில்லாத வளவளப்பான கிடைமட்டத் தளத்தில் ஒரு கட்டி பயணிக்கும் போது, புவியீர்ப்புவிசையான  $mg$  எந்த வேலையையும் செய்யவியலாது; ஏனெனில், இடப்பெயர்ச்சியும் விசையும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ளன. நிலாவின் சுற்றுப்பாதையை வட்டம் என எடுத்துக் கொண்டால், புவியின் ஈர்ப்புவிசையால் வேலை நடைபெற வில்லை, ஏனெனில் சுற்றுப்பாதையின் தொடுகோடு ஒவ்வொரு கணத்திலும் புவியின் ஈர்ப்புவிசைக்கு செங்குத்தானது.

வேலை நேர்மமாகவோ எதிர்மமாகவோ இருக்கலாம். அது கோணத்தை சார்ந்தது.  $\theta$   $0^\circ$  க்கும்  $90^\circ$  க்குமிடையில் இருக்கும்போது  $\theta$  நேர்மம்.  $90^\circ$  க்கும்  $180^\circ$  க்குமிடையில் இருக்கும்போது உவவி  $\theta$  எதிர்மம். பல நேரங்களில் உராய்வுவிசை இடப்பெயர்ச்சிக்கு எதிர்த்திசையில் இருப்பதால் கோணம்  $180^\circ$  ஆக இருக்கிறது. உவவி  $180^\circ = -1$  என்பது நன்கறிந்ததே.

6.4ஆம் சமன்பாடு வேலைக்கும் ஆற்றலுக்கும்  $[ML^2T^{-2}]$  என்ற ஒரே பருமானம் இருப்பதை காட்டுகிறது. இதற்கான அவ்வலகு சூல் ( $J$ ). இது இயேமசு பிரசுக்காட்டு சூல் (1811 – 1869) என்ற புகழ்பெற்ற ஆங்கில அறிவியலரின் நினைவாக பெயரிடப்பட்டது ஆற்றல், வேலை ஆகிய கருத்துருகள் அறிவியலில் வெகுவாக பயன்படுவ தால், அவற்றுக்கு பல்வேறு அலகுகளும் பழக்கத்தில் இருக்கின்றன. அவற்றுள் சிலவற்றை அட்டவணை 6.1 காட்டுகிறது.

அட்டவணை 6.1 வேலை, ஆற்றல் ஆகியவற்றின் பல்வேறு அலகுகள்

எர்கு(erg)	$10^{-7} \text{ J}$
எதிர்மின்னிவோல்ட்டு(eV)	$1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$
கலோரி(cal)	$4.186 \text{ J}$
கிலோவாட்டுமணி(kWh)	$3.6 \times 10^6 \text{ J}$

### சிக்கல் 6.3

ஒரு மிதிவண்டியர்  $10m$  சறுக்கி நிறுத்துகிறார். இந்நிகழ்வில் சாலை மிதிவண்டிக்கு தந்த உராய்வுவிசை  $200 \text{ N}$ ; இது அசைவுக்கு நேரெதிரானது. (அ) சாலை மிதிவண்டியின்மீது செய்த வேலை எவ்வளவு? (ஆ) மிதிவண்டி சாலையின்மீதுசெய்த வேலை எவ்வளவு?

### தீர்வு

(அ) நிறுத்தும் விசை =  $200 \text{ N}$ ; விசையும் இயக்கமும் எதிரெதிர்த்திசைகளில் இருப்பதால், கோணம்  $180^\circ$  எனவே, சாலை மிதிவண்டியில் செய்த வேலை  $W_r = Fd$  உவவி  $\theta = 200 \times 10 \times$  உவவி  $180^\circ = -2000 \text{ J}$

வேலை எதிர்மமாயிருப்பதை கவனியுங்கள். இந்த எதிர்மவேலையை சாலை மிதிவண்டியின் மேல் செய்வதால் வண்டி நிற்கிறது.

ஆ) நியூட்டனின் மூன்றாம் விதிப்படி விசையும் எதிர்விசையும் சமமாகவும் எதிர்மமாகவும் இருக்கவேண்டும், அல்லவா! மிதிவண்டி சாலையின்மீது செலுத்திய விசையும்  $200 \text{ N}$ . எனினும் சாலை நகரவில்லை. அதன் இடப்பெயர்ச்சி சுழியம்.

எனவே மிதிவண்டி சாலையின்மீதுசெய்த வேலை 0 J.

6.3ஆம் சிக்கல் ஒரு முக்கியமான பாடத்தை நமக்கு கற்றுத்தருகிறது. சமவிசைகள் சமவேலையை செய்ய வேண்டிய கட்டாயம் இல்லை. ஏனெனில் அவை வெவ்வேறு பொருள்களின்மீது விசைகளை செலுத்துகின்றன. வெவ்வேறு பொருள்களுக்கு வெவ்வேறு இடப்பெயர்ச்சிகள் இருக்கலாம். அதற்கேற்ப வேலையும் மாறுபடுகின்றது. இதனை எப்போதும் கவனத்தில் கொள்க.

## 6.4 இயக்கவாற்றல்

ஏற்கெனவே குறிப்பிட்டது போல,  $m$  நிறையான ஒரு பொருளின் திசைவேகம்  $v$  எனில், அதன் இயக்கவாற்றல்

அட்டவணை 6.2 பொருள்களின் வகைநிற்ப இயக்கவாற்றல்கள்

பொருள்	நிறை (kg)	வேகம் ( $ms^{-1}$ )	$K(J)$
சிறுநுது	2000	25	$6.3 \times 10^5$
ஓடும் பந்தய வீரன்	70	10	$3.5 \times 10^3$
துப்பாக்கிக்குண்டு	$5 \times 10^{-2}$	200	$10^3$
10 m உயரத்திலிருந்து விழும் கல்	1	14	$10^2$
இறுதி வேகத்திலுள்ள மழைத்துளி	$3.5 \times 10^{-5}$	9	$1.4 \times 10^{-3}$
காற்றின் மூலக்கூறு	$\approx 10^{-26}$	500	$\approx 10^{-21}$

### சிக்கல் 6.4

ஒரு எறிவியச்செய்துகாட்டலின்போது காவலதிகாரி 50.0 g நிறையுள்ள குண்டினை  $200 ms^{-1}$  (அட்டவணை 6.2ஐ காண்க) வேகத்தில் 2.00 m தடிமனுள்ள மென்மையான ஓட்டுப்பலகையின்மீது சுடுகிறார். தொடக்க இயக்கவாற்றலின் 10%த்தான் குண்டு வெளிப்படுகிறது எனில், அது வெளிப்படும் வேகத்தை கணக்கிடுக.

#### தீர்வு

குண்டின் தொடக்க இயக்கவாற்றல் =  $\frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 10^{-3} \times 200^2 = 1000 J$   
வெளிப்படும் இயக்கவாற்றல் = 1000 சூலில் 10% = 100 J.

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = 100 J$$

$$v_f^2 = \frac{2 \times 100}{50 \times 10^{-3}} = 4000$$

$$v_f = 63.2 m.s^{-1}$$

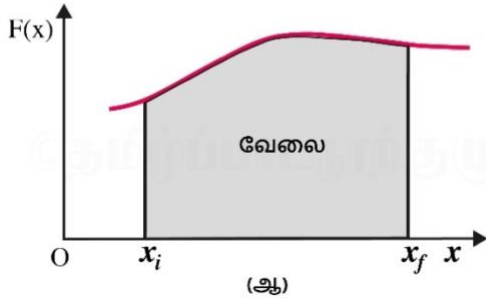
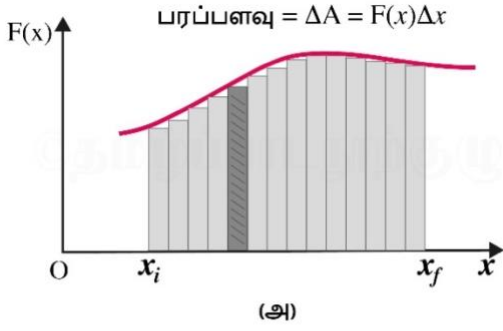
வேகம் சுமார் 68%த்தால் குறைந்திருப்பதை கவனியுங்கள் (90%த்தால் குறையவில்லை).

## 6.5 மாறும் விசை செய்யும் வேலை

$$K = \frac{1}{2}m\vec{v} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (6.9)$$

இயக்கவாற்றல் ஒரு திசையிலி. ஒரு பொருளின் இயக்கவாற்றல் என்பது அந்த பொருள் தன் இயக்கத்தால் செய்யக்கூடிய வேலையின் ஒரு அளவீடு. இந்த கருத்துவம் உள்ளூணர்வாக நீண்ட காலமாகவே தெரிந்திருந்தது. வேகமான நீரோடையின் ஆற்றலை பயன்படுத்தி தானியங்களை அரைக்கும் கலையையும் வீசும் காற்றின் ஆற்றலால் பாய்மரக்கப்பலை இயக்கும் கலையையும் மனிதர்கள் அறிந்திருந்தனர். அட்டவணை 6.2 வெவ்வேறு இயங்கும் பொருள்களின் ஆற்றலை பட்டியலிடுகிறது.

நிலையான விசை உண்மையில் அரிதானது. நாம் சந்திக்கும் பல்வேறு விசைகள் மாறும் விசைகளாகவே உள்ளன. படம் 6.3(அ) ஒற்றைப்பருமான மாறுவிசையை காட்டுகிறது. தொலைவு ( $x$ ) மாறும்போது விசையும் மாறுவதை காணுங்கள்.



**படம் 6.3 (அ) நிழலிட்ட செவ்வகம்**  
**மாறுவிசையான  $F(x)$  சிறு**  
**இடப்பெயர்ச்சியான  $\Delta x$  இன்போது செய்யும்**  
**வேலையை குறிக்கிறது.  $\Delta W = F(x)\Delta x$ . (ஆ)**  
**எல்லா செவ்வகங்களின் பரப்பளவுகளையும்**  
**கூட்டி,  $\Delta x \rightarrow 0$  ஆகும்போது வளைவரையின்**  
**கீழுள்ள பரப்பளவு முழுச்சரியாக  $F(x)$**   
**செய்யும் வேலைக்கு சமமாவதை**  
**காண்கிறோம்.**

மிகச்சிறு இடப்பெயர்ச்சியான  $\Delta x$  ஐ கருதுவோம். அந்த இடத்தில் செலுத்தப்பட்ட விசையான  $F(x)$  சமாராக நிலையானது எனக்கொள்ளலாம் எனில், அச்சிறு இடப்பெயர்ச்சியில் செய்யப்பட்ட வேலை  $\Delta W = F(x)\Delta x$ . இதுபோன்று எல்லா சிறு இடப்பெயர்ச்சிகளிலும் செய்யப்பட்ட எல்லா வேலைகளையும் ஒன்றுவிடாமல் கூட்டினால் மொத்த வேலையையும் கணக்கிடலாம். அதையே படம் 6.3(ஆ) காட்டுகிறது. செய்த மொத்த வேலை

$$W = \sum_{x_i}^{x_f} F(x)\Delta x \quad (6.10)$$

இதில்  $x_i$  தொடக்க இடத்தையும்  $x_f$  இறுதி இடத்தையும் குறிக்கின்றன.

இடப்பெயர்ச்சிகளை சுழியத்தை அணுகும்படி குறைத்தால், கூட்டலின் மொத்தம்

வளைவரைக்கு கீழுள்ள பரப்பளவுக்கு சமமாகிறது.

$$W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x_i}^{x_f} F(x)\Delta x \quad (6.11)$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} F(x)dx$$

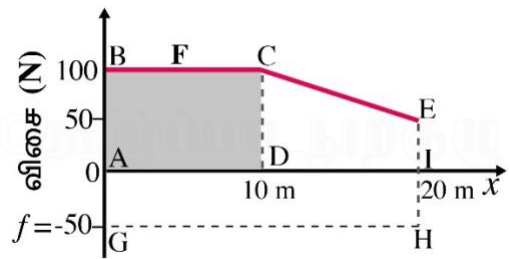
இவ்வாறு, ஒரு மாறுவிசை செய்யும் வேலையை இடப்பெயர்ச்சியின்மீது விசையின் முற்றிய தொகையீடாக கணித முறையில் குறிப்பிடுகிறோம். (பிற்சேர்க்கை 3.1ஐ காண்க). இந்த இடத்தில் மாணவர்களுக்கு ஒரு குறிப்பு: மேலே கூறப்பட்ட கருத்தினை மற்ற மாணவர்களுடனும் ஆசிரியருடனும் பொறுமையாக விவாதித்து ஆழ்ந்து சிந்தித்து தெளிந்த புரிதலை பெற்றீடுங்கள்.

#### சிக்கல் 6.5

ஒரு தொடர்வண்டிநிலைய நடைமேடையின் உராய்வுள்ள தளத்தில் ஒருவர் தமது பேழையை தள்ளுகிறார். 10 m தொலைவை கடக்கும்வரை 100 N விசையை செலுத்துகிறார். பின்பு தொடர்ந்து சேர்வடைந்ததால் அவர் செலுத்தும் விசை தொலைவுக்குத்தக்க சீராக குறைந்து 50 N ஆகிவிடுகிறது. கடந்த மொத்த தொலைவு 20 m; உராய்வு விசை 50 N. செலுத்திய விசையையும் உராய்வு விசையையும் தொலைவுக்கு எதிராக வரைகோடிடுக. 20 m தொலைவில் இரு விசைகளும் செய்த வேலைகளை கணக்கிடுக.

#### தீர்வு

செலுத்திய விசையின் வரைபடத்தை படம் 6.4 காட்டுகிறது. உராய்வுவிசை எதிர்ந்திசையில் செயல்படுவதால் அதை எதிர்மமாக காட்டுகிறது. 20 m தொலைவில், செலுத்தப்பட்ட விசையும் உராய்வால் ஏற்பட்ட விசையும் சமமாகவும் எதிரெதிராகவும் உள்ளன.



**படம் 6.4 மனிதர் செலுத்திய விசையையும் அதை எதிர்க்கும் உராய்வு விசையையும் இடப்பெயர்ச்சிக்கு எதிராக வரைகோடிடல்**  
**மனிதர் செய்த வேலை  $W_F = ABCD$**   
**என்ற செவ்வகத்தின் பரப்பளவு +  $CEID$  என்ற**  
**சரிவுநாற்கோணத்தின் பரப்பளவு**

$$W_F = 100 \times 10 + \frac{1}{2}(100 + 50) \times 10 = 1750 J$$

உராய்வுவிசை செய்த வேலை  $W_f = AFHI$  என்ற செவ்வகத்தின் பரப்பளவு

$$W_f = (-50) \times 20 J = -1000J$$

விசையின் எதிர்மத்திசையிலுள்ள பரப்பளவு எதிர்மம்.

## 6.6 மாறும் விசைக்கான வேலையாற்றலின் தேற்றம்

வேலையாற்றலின் தேற்றத்தை நிறுவும் அளவுக்கு வேலையையும் இயக்கவாற்றலையும் பற்றி இப்போது அறிந்திருக்கிறோம். ஒற்றைப்பருமானத்தில் நிறுத்திக்கொள்வோம். இயக்கவாற்றல் நேரத்துடன் மாறும் வீதம்

$$\frac{dK}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)}{dt} = mv \frac{dv}{dt} = ma v = F \frac{dx}{dt}$$

இங்கு நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியிலிருந்து  $ma = F$  என்பதை பயன்படுத்திக்கொண்டோம். இவ்வாறு

$$dK = F dx$$

என்பதை பெறுகிறோம்.

இருபுறமும் தொடக்கநிலையிலிருந்து ( $x_i$ ) இறுதிநிலைவரை ( $x_f$ ) தொகையிட்டால்

$$\int_{K_i}^{K_f} dk = \int_{x_i}^{x_f} F dx$$

என்பது கிடைக்கிறது. இதில்  $K_i$ ,  $K_f$  ஆகியன முறையே தொடக்க இயக்கவாற்றலையும் இறுதி இயக்கவாற்றலையும் குறிக்கின்றன. அதாவது

$$K_f - K_i = \int_{x_i}^{x_f} F dx \quad (6.12)$$

இதில் (6.11)ஆம் சமன்பாட்டை பயன்படுத்தி

$$K_f - K_i = W \quad (6.13)$$

என்று பெறுகிறோம். இவ்விதமாக, மாறுவிசைக்கு வேலையாற்றலின் தேற்றத்தை நிறுவியிருக்கிறோம்.

பல சிக்கல்களில் வேலையாற்றற்றேற்றம் பயனுள்ளதாக இருப்பினும், நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப்போல் இயங்கியலின் முழுமையான தகவல்களை தருவதில்லை. இது நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியின் தொகையீட்டு வடிவம். நியூட்டன்விதியை கால இடைவெளியில் தொகையீட்டு வேலையாற்றலின் தேற்றத்தை பெற்றோம். இந்தப்பொருளில் நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியிலுள்ள நேர்ச்சார்ந்த தகவல்கள் முழுமையாக தொகையிடப்பட்டு விட்டதால், வேலையாற்றற்றேற்றம் அத்தகவல்களை வெளிப்படையாக காட்டாது. கவனிக்க வேண்டிய மற்றொன்று என்னவெனில், நியூட்டனின் இரண்டாம் விதி பொதுவாக இருபருமானத்திலோ முப்பருமானத் திலோ திசையன்வடிவில் இருக்க, வேலையாற்றற்ற

தேற்றம் எளிய திசையிலிவடிவிலுள்ளது. இதனால் நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியிலுள்ள திசையத் தகவல்கள் இதில் இல்லை.

### சிக்கல் 6.6

கிடைத்தளத்தில்  $v_i = 2 m.s^{-1}$  என்ற தொடக்க வேகத்தில் அசையும்  $1 kg$  நிறையுள்ள கட்டி  $x = 0.10 m$  இலிருந்து  $x = 2.01 m$  வரையான ஒரு சொரசொரப்பான கட்டத்துக்குள் நுழைகிறது. இந்த கட்டத்தில் உராய்வு செலுத்தும் வேகங் குறைப்புவிசை தொலைவின் எதிர்விழுக்காட்டில் உள்ளது.

$$F_r = \begin{cases} -\frac{k}{x}, & 0.10 m \leq x \leq 2.01 m \\ 0, & x < 0.10, x > 2.01 m \end{cases}$$

இங்கு  $k = 0.5 J$ . முடிவில் இக்கட்டத்தை கடக்கும் தருணத்தில் கட்டியின் இறுதி வேகத்தையும் இறுதி இயக்கவாற்றலையும் கணக்கிடுக.

### தீர்வு

(6.12)ஆம் சமன்பாட்டிலிருந்து

$$\begin{aligned} k_f &= k_i + \int_{0.1}^{2.01} \left(-\frac{k}{x}\right) dx \\ &= \frac{1}{2}mv_i^2 - k \text{ இமட}(x)|_{0.1}^{2.01} \\ &= \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 - 0.5 \text{ இமட} \left(\frac{2.01}{0.1}\right) \\ &= 2 - 0.5 \text{ இமட} 20.1 = 2 - 1.5 = 0.5 J \\ k_f &= \frac{1}{2}mv_f^2 \Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2k_f}{m}} = 1 m.s^{-1} \end{aligned}$$

இங்கு இமட இயன்மடக்கை. இயன்மடக்கையின் அடிமானம்  $e (= 2.718)$ . இமட  $X = 2.303 \text{ மட}_{10} X$ .

## 6.7 இயன்மவாற்றல் என்ற கருத்துரு

இயன்மம் என்ற சொல் இயன்மையையோ ஒரு வினையின் சாத்தியத்தையோ சுட்டுகிறது. இயன்மவாற்றல் என்ற சொல் 'சேமகத்திலுள்ள' ஆற்றல் எனும் கருத்தை சிந்தையில் ஏற்படுத்துகிறது. ஒரு இழுக்கப்பட்ட வில்லின் நாணில் இயன்மவாற்றல் உள்ளது. நாண் விடுபடும்போது அம்பு அதிக வேகத்தில் பறக்கிறது. புவியின் மேலோடு சீராக இருப்பதில்லை. சில இடங்களில் விடுபடும் சில இடங்களில் மேலும் கீழுமாகவும் இருக்கிறது. பிழைக்கோடுகள் என்று அவை அழைக்கப்படுகின்றன. இப்பிழைக்கோடுகள் அழுத்தப்பட்ட சுருள்விற்களை ஒத்திருக்கின்றன. இவற்றில் ஏராளமான இயன்மவாற்றல் அடங்கியிருக்கிறது. இப்பிழைக்கோடுகள் தம்மை மறுசீராக்கும்போது ஏற்படும் விளைவையே நிலநடுக்கம் என்றழைக்கிறோம்.

எனவே, இயன்மவாற்றல் பொருளின் நிலையினாலோ அமைவடிவத்தாலோ சேமிக்கப்பட்ட ஆற்றல். ஒரு பொருள் இத்தகைய சேமிக்கப்பட்ட ஆற்றலை விடுவிக்கும் நிலை ஏற்படும்போது அது இயக்க வாற்றலாக வெளிப்படுகிறது. இயன்மவாற்றல் எனும் கருத்தை இனி திண்ணுருவாக்குவோம்.

$m$  நிறையுள்ள ஒரு பந்தின்மீது செயலாற்றும் புவியீர்ப்புவிசை  $mg$ . புவியின் அருகிலுள்ள பரப்பில்  $g$  மாறிலி என்று கொள்ளலாம். 'அருகில்' என்ற சொல்லால் புவியின் ஆரத்தைவிட மிகக்குறைந்த உயரங்களை ( $h \ll R_E$ ) குறிப்பிடுகிறோம். கீழே கூறுபவற்றில் மேனோக்கிய இடப்பெயர்ச்சியை நேர்மமாகவும் கீழ்நோக்கிய இடப்பெயர்ச்சியை எதிர்மமாகவும் கொள்கிறோம்.

ஒரு பந்தை  $h$  உயரத்துக்கு தூக்குவோம். புவியீர்ப்புவிசையை எதிர்த்து வெளிமுகவம் செய்யும் வேலை  $W = Fh = mgh$ . இந்த வேலை இயன்மவாற்றலாக சேமகமாகிறது. ஒரு பொருளின் புவியீர்ப்பியன்மவாற்றல் உயரத்தை சார்ந்திருப்ப தால் அது  $V(h)$  என்றவாறு உயரத்தின் ஒரு சார்பனாகிறது. புவியீர்ப்புவிசை  $h$  உயரத்திலுள்ள பொருளை கீழ்க்கொண்டுவர செய்கின்ற வேலையின் எதிர்மமே புவியீர்ப்பின் இயன்மவாற்றல்

$$V(h) = mgh$$

$g$  ஐ ஒரு மாறிலியாக கருதினால், புவியீர்ப்புவிசை  $h$  ஐப்பொறுத்து  $V(h)$  இன் வகைக்கெழுவின எதிர்மமாக எழுதலாம்.

$$F = -\frac{dV(h)}{dh} = -mg$$

எதிர்மக்குறி புவியீர்ப்புவிசை கீழ்நோக்கியது என்று காட்டுகிறது. பந்து விடுபடும்போது வேகத்தை அதிகரித்துக்கொண்டே கீழ்நோக்கி விழுகிறது. தரையில் மோதும்போது அதன் வேகத்தை

$$v^2 = 2gh$$

என்ற அசைவியற்சமன்பாடு தருகிறது. இருபுறமும்  $m/2$  ஆல் பெருக்கினால்,

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

கிடைக்கிறது. ஒரு பொருள்  $h$  உயரத்தில் உள்ளபோது இருக்கும் அதன் இயன்மவாற்றலே பொருள்  $h$  உயரத்திலிருந்து விழுந்து தரையில் மோதும்போது இயக்கவாற்றலாக வெளியாவது புலனாகிறது.

விசைக்கு எதிராக செய்யப்படும் வேலை ஆற்றலாக எங்கு சேமிக்கப்படுகிறதோ அங்கு இயன்மவாற்றல் என்ற கருத்துவம் பயனாகிறது. தடைகளை நீங்கும்போது இயன்மவாற்றல் இயக்க வாற்றலாக வெளிப்படுகிறது. கணித மொழியில் (எளிமைக்காக, ஒற்றைப்பருமானத்தில்),  $F(x)$  என்ற விசை செய்யும் வேலை,  $V(x)$  எனும் இயன்மவாற்றலாக சேமிக்கப்பட்டால்,

அவ்வாற்றலை கீழ்க்கண்டவாறு வரையறுக்கலாம்.

$$F(x) = -\frac{dV}{dx}$$

இதன் உள்ளூரை,

$$\int_{x_i}^{x_f} F(x)dx = -\int_{V_i}^{V_f} dV = V_i - V_f$$

புவியீர்ப்பு போன்ற பாதைசாராத விசைகள் செய்யும் வேலை தொடக்க நிலையையும் இறுதி நிலையையும் மட்டுமே சார்ந்திருக்கிறது. கடந்த பாடத்தில் சாய்தளத்தில் பல சான்றுகளை பயின்றோம். ஓய்விலிருக்கும்  $m$  நிறையுள்ள ஒரு பொருள் உராய்வில்லாத ஒரு சாய்தளத்தில் விடுவிக்கப்பட்டால், சாய்வு என்னவாக இருப்பினும், கீழ்வரும்போது அதன் வேகம்  $v = \sqrt{2gh}$ ; அதன் இயக்கவாற்றலான  $K = \frac{1}{2}m v^2 = \frac{1}{2}m 2gh = mgh$  தொடக்கத்திலிருந்த இயன்ம வாற்றலுக்கு சமம். வேலையோ இயக்க வாற்றலோ வேகம், பாதை போன்ற வேறு ஏதும் காரணிகளை சார்ந்திருந்தால், விசையை பாதைசார்விசை என அழைக்கிறோம்.

வேலையையும் இயக்கவாற்றலையும் போலவே இயன்மவாற்றலின் பருமானம்  $[ML^2T^{-2}]$ ; அதன் அலகு சூல் ( $J$ ). இயன்மவாற்றலின் வேறுபாடான  $\Delta V$  பாதைசாராத விசை செய்யும் வேலையின் எதிர்மம் என்பதை மீண்டும் நினைவு படுத்திக்கொள்வோம். எனவே,

$$\Delta V = -F(x) \Delta x \quad (6.14)$$

இந்தப்பாடத்தில் எடுத்துக்கொண்ட 'பந்து விழும்' சான்றில் இயன்மவாற்றல் எவ்வாறு இயக்கவாற்றலாக மாறிற்று என்று பார்த்தோம். இது ஆற்றலின் அழியாக்காப்பு என்ற ஒரு முக்கியமான கொள்கைக்கு வித்திடுகிறது. இதை அடுத்து ஆராய்வோம்.

## 6.8 எந்திர ஆற்றலின் அழியாக்காப்பு

எளிமைக்காக ஒற்றைப்பருமான இயக்கத்தில் இந்த முக்கியமான கொள்கையை விளக்குவோம்.  $F$  என்ற ஒரு பாதைசாராவிசையை செலுத்தும்போது ஒரு பொருள்  $\Delta x$  என்ற இடப்பெயர்ச்சிக்கு உள்ளாகிறது எனக்கொள்வோம். அப்படியெனில் வேலையாற்றறேற்றத்தின்படி,

$$\Delta K = F(x) \Delta x$$

விசை பாதைசாராதது எனில், இயன்மவாற்றலை

$$-\Delta V = F(x) \Delta x$$

என்று வரையறுக்கிறோம். மேலுள்ள சமன்பாடு

$$\Delta K + \Delta V = 0$$

என்பதை உள்ளூரைக்கிறது. அதாவது

$$\Delta(K + V) = 0 \quad (6.15)$$

என்றவாறு, இயன்மவாற்றலும் இயக்கவாற்றலும் சேர்ந்த கூட்டுத்தொகை ( $K + V$ ) மாறிலி.  $x_i$  என்ற தொடக்க நிலையிலிருந்து  $x_f$  என்ற இறுதி நிலைவரையான பாதையில்

$$K_i + V(x_i) = K_f + V(x_f) \quad (6.16)$$

$K + V(x)$  என்ற அளவை அமைப்பின் மொத்த எந்திரவாற்றல் என அழைக்கிறோம். ஒவ்வொரு நிலையிலும் இயக்கவாற்றலும் ( $K$ ) இயன்ம வாற்றலும் ( $V(x)$ ) மாறிக்கொண்டே இருப்பினும் அவற்றின் கூட்டுத்தொகை மாறிலி. பாதைசாராவிசை என்பதன் பொருத்தமான பொருள் இப்போது தெளிவாகிறது.

பாதைசாரா விசையின் சில வரையறைகளை இப்பொழுது ஆராயலாம்.

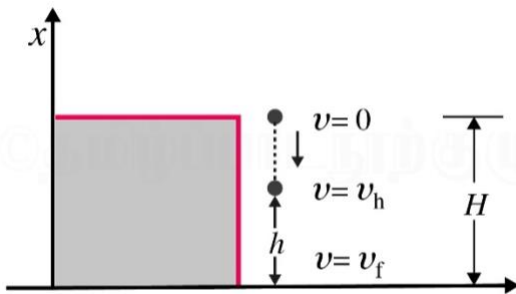
- (6.14) ஆம் சமன்பாட்டால்  $V(x)$  என்ற இயன்ம வாற்றலிலிருந்து  $F(x)$  என்ற விசையை தருவிக்க இயலுமெனில்,  $F(x)$  பாதைசாராவிசை என வரையறுக்கிறோம்..
- பாதைசாராவிசை செய்யும் வேலை அதன் தொடக்கநிலையையும் இறுதிநிலையையும் மட்டுமே சார்ந்திருக்கிறது. கீழுள்ள தொடர்பு அதை காட்டுகிறது.

$$W = K_f - K_i = V(x_i) - V(x_f)$$

- மூடிய சுற்றுப்பாதையில் செய்யப்படும் வேலை சுழியம் எனில், செலுத்தப்பட்ட விசை பாதைசாரா விசை என்பது மூன்றாவது வரையறை. (6.16) ஆம் சமன்பாட்டில்  $x_i = x_f$  என்று வைப்பதன்மூலம் இது தெளிவாகிறது.

சுருக்கமாக, மொத்த எந்திரவாற்றலின் அழியாக்காப்பை ஒரு அமைப்பில் செயலாற்றும் விசைகள் பாதைசாராதவை எனில், அமைப்பின் மொத்த எந்திரவாற்றல் அழியாக்காப்புறுகிறது என்று உரைக்கலாம்.

மேற்கண்ட விவாதங்களை மேலும் உறுதியாக புரிந்துகொள்ள புவியீர்ப்புவிசையின் ஒரு சான்றை இங்கு பார்ப்போம். அடுத்ததாக விற்குள்ளின் விசையை காணலாம்.  $m$  நிறையுள்ள ஒரு பந்து  $H$  உயரமுள்ள ஒரு குன்றிலிருந்து வீழ்வதை படம் 6.5 காட்டுகிறது.



படம் 6.5  $m$  நிறையுள்ள ஒரு பந்து  $H$  உயரத்திலிருந்து விழும்போது

### இயன்மவாற்றல் இயக்கவாற்றலாக மாறுகிறது.

படத்தில் காட்டிய சுழியம் (தரைமட்டம்),  $h$ ,  $H$  ஆகிய உயரங்களில் மொத்த எந்திரவாற்றல் முறையே  $E_0, E_h, E_H$  என்க. அதாவது,

$$E_H = mgH \quad (6.17)$$

$$E_h = mgh + \frac{1}{2}mv_h^2 \quad (6.18)$$

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_f^2 \quad (6.19)$$

புவியின் பரப்பருகில் புவியீர்ப்புவிசை ஏறக்குறைய மாறிலி என்பது நாம் அறிந்ததே. இந்த மாறிலியான விசை  $F(x)$  என்ற இடவெளி சார்ந்த விசையின் ஒரு தனித்துவ வேற்றுமை. எந்திரவாற்றலின் அழியாக்காப்பிலிருந்து

$$E_H = E_0$$

என்று பெறுகிறோம். இதே முடிவை 3.7ஆம் பகுதியில் தடங்கலற்ற வீழலின்போது நாம் கண்டோம். மேலும்,  $E_H = E_h$  என்பதிலிருந்து பெறும்

$$v_h^2 = 2g(H - h) \quad (6.20)$$

என்ற இந்த முடிவும் அசைவியலில் அறிந்த சமன்பாடே.

$H$  என்ற உயரத்தில் ஆற்றல் முற்றிலும் இயன்மமாகவுள்ளது.  $h$ இல் பகுதி இயக்கவாற்றலாக மாற்றப்பட்டுள்ளது. தரையைத்தொடும் போது முற்றிலும் இயக்கவாற்றலாக மாறியிருக்கிறது. இது மொத்த ஆற்றலின் அழியாக்காப்பை எடுத்துக் காட்டுகிறது.

### சிக்கல் 6.7

ஒரு ஊசற்குண்டின் நிறை  $m$ . அது தொங்கும் சரத்தின் நீளம்  $L$ . குண்டு  $A$  என்ற கீழ்நிலையில் இருக்கும்போது  $v_0$  என்ற ஒரு கிடைமட்டத்திசை வேகத்தை செலுத்தி ஒரு அரைவட்டப்பாதையில் அசையச்செய்கிறோம். குண்டு  $C$  என்ற உயர்நிலையை அடைந்தபின் சரத்தில் தொய்வு ஏற்படுகிறது. படம் 6.6இதை காட்டுகிறது. கீழ்க்கண்ட அளவுகளுக்கான கோவைகளை காண்க. (அ)  $v_0$  (ஆ)  $B, C$  ஆகிய நிலைகளில் வேகம் (இ) இயக்கவாற்றல்களின் விகிதம்  $\left(\frac{K_B}{K_C}\right)$ .  $C$  யை அடைந்தபிறகு குண்டின் பாதை எவ்வாறு இருக்கும்?

### தீர்வு

புவியீர்ப்பும் விரைப்புமான ( $T$ ) இரண்டு புறவிசைகள் சரத்தில் செயலாற்றுகின்றன. அசைவு எப்போதும் விரைப்புவிசைக்கு செங்குத்தாக இருப்பதால் அது வேலையை செய்வதில்லை. எனவே குண்டின் இயன்மவாற்றல் புவியீர்ப்புவிசையுடன் மட்டுமே தொடர்பானது. அமைப்பின் மொத்த எந்திரவாற்றல் ஆழியாக் காப்புறுது. கீழ்நிலையில் இயன்மவாற்றலை சுழியம் என்று எடுக்கொள்வோம். எனவே  $A$ யில்,

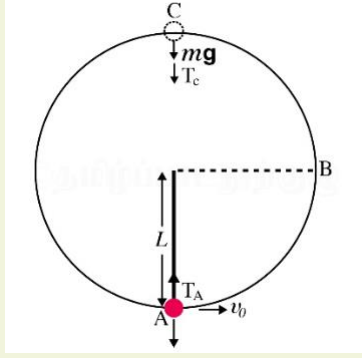
$$E = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (6.21)$$

நியூட்டனின் இரண்டாம் விதிப்படி

$$T_A - mg = ma = \frac{mv_0^2}{L}$$

இங்கு  $T_A$  சரத்தில் செயலாற்றும் விறைப்புவிசை. உச்சியில் சரம் தொய்யத்தொடங்குகிறது. எனவே அங்கு விறைப்புவிசை ( $T_C$ ) சுழியம். எனவே  $C$ யில்

$$E = \frac{1}{2}mv_c^2 + 2mgL \quad (6.22)$$



படம் 6.6

நியூட்டனின் இரண்டாம் விதிப்படி

$$mg = \frac{mv_c^2}{L} \quad (6.23)$$

இங்கு  $v_c$  என்பது  $C$  யிலுள்ள வேகம். (6.22), (6.23)ஆகிய சமன்பாடுகளிலிருந்து

$$E = \frac{1}{2}mgL + 2mgL = \frac{5}{2}mgL$$

ஆற்றலின் அழியாக்காப்பால்  $A$ யிலும் இதே ஆற்றல் இருந்திருக்கும். எனவே

$$\frac{5}{2}mgL = \frac{m}{2}v_0^2, \quad \text{அதாவது } v_0 = \sqrt{5gL}$$

ஆ) (6.23)ஆம் சமன்பாட்டிலிருந்து

$$v_c = \sqrt{gL}$$

என்பது தெளிவு.  $B$ யில் ஆற்றல்

$$E = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgL$$

இது  $A$ யிலுள்ள ஆற்றலுக்கு சமம். மேலும்,  $v_0 = \sqrt{5gL}$  என்ற மேற்கண்ட விளைவால்

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgL = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{5}{2}mgL$$

$$\text{எனவே } v_B = \sqrt{3gL}$$

(இ) இயக்கவாற்றலின் விகிதம் ( $K_B/K_C$ )

$$\frac{K_B}{K_C} = \frac{\frac{1}{2}mv_B^2}{\frac{1}{2}mv_c^2} = \frac{3}{1}$$

$C$  யில், சரம் தளர்வடைகிறது. குண்டின் வேகம் கிடைமட்டத்தில் இடதுபுறமாக இருக்கிறது. இந்த நேரத்தில் சரம் அறுபட்டால்,

குண்டு ஒரு மலையுச்சியிலிருந்து கிடைமட்டமாக எறிந்த கல்லின் வீசுபாதையைப்போன்ற ஒரு அசைவை மேற்கொள்ளும். இல்லாவிட்டால் தன் வட்டமான சுற்றுப்பாதையில் தொடர்ந்து சுழற்சியை முடிவுறச்செய்யும்.

## 6.9 விற்கருளின் இயன்மவாற்றல்

விற்கருளின் விசை பாதைசாரா மாறுவிசைக்கு ஒரு சான்று. படம் 6.7 வழவழப்பான கிடைமட்டப்பரப்பில் ஒரு கட்டி விற்கருளுடன் கட்டப்பட்டிருப்பதை காட்டுகிறது. விற்கருளின் மறுமுனை உறுதியான சுவருடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. விற்கருள் நிறையற்றது என எடுகொள்வோம். ஒரு நல்லியல்பான விற்கருளில் விசை  $x$  இன் நேர்விழுக் காட்டில் இருக்கிறது; இங்கு,  $x$  என்பது கட்டி சமநிலையிலிருந்து இடம்பெயர்ந்த தொலைவு. இடப்பெயர்ச்சி நேர்மமாகவோ (படம் 6.7(ஆ)) எதிர்மமாகவோ (படம் 6.7(இ)) இருக்கலாம். விற்கருளின் விசையின் விதி ஊக்கின் விதி எனப்படுகிறது. கணிதமுறையில் அதை

$$F_s = -kx$$

என்ற எழுதுகிறோம். இங்கு  $k$ ஐ விசைமாறிலி என அழைக்கிறோம். அதன் அலகு  $Nm^{-1}$ .  $k$  யின் மதிப்பு அதிகமாக இருந்தால் விற்கருள் திண்விற்கருள் எனவும் குறைவாக இருந்தால் மென்விற்கருள் எனவும் சொல்கிறோம்.

விற்கருளை படம் 6.7(ஆ)வில் காட்டியபடி வெளிநோக்கி இழுப்பதாக கொள்வோம். நீட்சி  $x_m$  எனில், விற்கருள் செய்யும் வேலை

$$\begin{aligned} W_s &= \int_0^{x_m} F_s dx = - \int_0^{x_m} kx dx = - \left[ \frac{kx^2}{2} \right]_0^{x_m} \\ &= - \frac{kx_m^2}{2} \end{aligned} \quad (6.24)$$

படம் 6.7(ஈ)யிலுள்ள முக்கோணத்தின் பரப்பளவை கருதியும் இதே கோவையை பெறலாம். புறவிசை செய்யும் வேலை விற்கருளின்விசையை புறங்காண் பதால் நேர்மமானது என்பது கவனிக்கத்தக்கது.

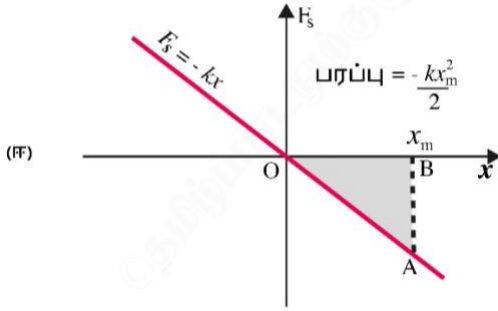
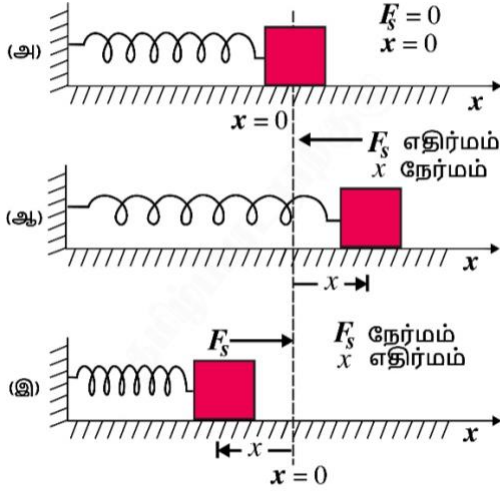
$$W = + \frac{kx_m^2}{2} \quad (6.25)$$

விற்கருளை  $x_c (< 0)$  தொலைவுக்கு அழுத்தும் போதும் இது உண்மையாகிறது. விற்கருளும் புறவிசையும் செய்யும் வேலைகள் முறையே

$$W_s = - \frac{kx_c^2}{2}, \quad W = + \frac{kx_c^2}{2}$$

கட்டி  $x_i$  என்ற தொடக்க நிலையிலிருந்து  $x_f$  என்ற இறுதி நிலைக்கு அசையும்போது விற்கருளின்விசை செய்யும் வேலை

$$W_s = - \int_{x_i}^{x_f} k x dx = \frac{kx_i^2}{2} - \frac{kx_f^2}{2} \quad (6.26)$$



படம் 6.7 விற்சுருளின் விசையை எடுத்துக்காட்டல். விற்சுருளின் ஒரு நுனி நிலையாக பொருத்தப்பட்டிருக்க, மறுநுனியுடன் ஒரு கட்டை இணைந்திருக்கிறது.

இவ்வாறு, விற்சுருள் செய்யும் வேலை தொடக்க நிலையையும் இறுதி நிலையையும் மட்டுமே சார்ந்திருக்கிறது என்றறிகிறோம். குறிப்பாக, கட்டியை  $x_i$  என்ற தொடக்க நிலையிலிருந்து இழுத்து மீண்டும் அதே  $x_i$  என்ற இடத்திற்கே கொண்டுவந்தால் அப்பொழுது விற்சுருள் செய்யும் வேலை

$$W_s = - \int_{x_i}^{x_i} k x dx = \frac{kx_i^2}{2} - \frac{kx_i^2}{2} = 0 \quad (6.27)$$

என்றாகிறது. அதாவது, ஒரு சுழற்சிநிகழ்முறையில் விற்சுருளின்விசை செய்யும் வேலை சுழியம். இவ்வாறு, (அ) முதன்முதலில் ஊக்கு என்பவர் சொன்ன  $F_s = -kx$  என்ற விதிப்படி, விற்சுருளின் விசை இடநிலையை மட்டுமே சார்ந்தது என்பதையும் விற்சுருளின்விசை தொடக்கநிலையையும் இறுதி நிலையையும் மட்டுமே சார்ந்த வேலையை செய்கிறது என்பதையும் வெளிப்படையாக காட்டியிருக்கிறோம் ( (6.26) ஆம் சமன்பாடு). எனவே விற்சுருளின்விசை ஒரு **பாதைசாராவிசை** என்பது தெளிவாகிறது.

கட்டியும், விற்சுருளும் சமநிலையில் இருக்கும்போது, அமைப்பின் இயன்மவாற்றல் சுழியம் என வரையறுக்கிறோம்.  $x$  அளவான நீட்டலுக்கோ அமுக்கத்துக்கோ

$$V(x) = \frac{kx^2}{2} \quad (6.28)$$

என்று மேற்கண்ட பகுப்பாய்வு காட்டுகிறது. இதிலிருந்து விற்சுருளின் விசை  $-dV/dx = -kx$  என்பதை நீங்கள் எளிதில் சரிபார்க்கலாம். படம் 6.7இலுள்ள  $m$  நிறையுள்ள கட்டியை  $x_m$  தொலைவுக்கு இழுத்துவிட்டால்,  $-x_m$ க்கும்  $+x_m$  க்குமிடையிலான ஒரு குறிப்பற்ற  $x$  என்ற புள்ளியில் அதன் மொத்த எந்திரவாற்றல்

$$\frac{1}{2} kx_m^2 = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv_x^2$$

இங்கு எந்திரவாற்றலின் அபியாக்காப்பை பயன்படுத்தினோம். இதிலிருந்து,  $x = 0$  என்ற சமநிலையில் வேகம் மீப்பெருமமாக இருப்பதால் இயக்கவாற்றலும் மீப்பெருமம் என்றறிகிறோம்.. அதாவது,

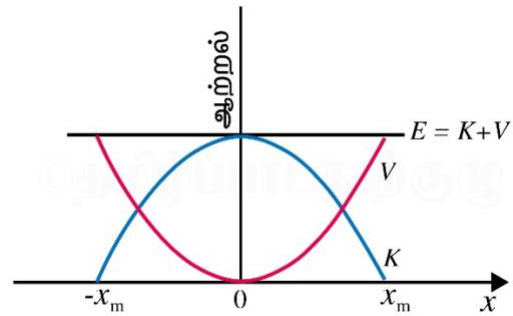
$$\frac{1}{2} mv_m^2 = \frac{1}{2} kx_m^2$$

இங்கு  $v_m$  மீப்பெரும வேகத்தை குறிக்கிறது. அதாவது

$$v_m = \sqrt{\frac{k}{m}} x_m$$

$\frac{k}{m}$  என்ற விகிதத்தின் பருமானம்  $[T^{-2}]$

என்பதையும், நமது சமன்பாடு பருமானத்தின் படி சரியாக உள்ளதையும் கவனியுங்கள்.. இயன்ம வாற்றல் இயக்கவாற்றலாகவும் இயக்கவாற்றல் இயன்மவாற்றலாகவும் மாறுவதை படம் 6.8இலுள்ள வரைபடம் காட்டுகிறது.



படம் 6.8 ஊக்கின்விதிக்கு கீழ்ப்படியும் ஒரு விற்சுருளில் இணைத்த கட்டியின் இயன்மவாற்றலும் இயக்கவாற்றலும் பரவளைய வரைகோடுகள். இரண்டு வரைகோடுகளும் நிரப்பமானவை; அதாவது ஒன்று அதிகரிக்கும்போது மற்றது குறைந்து மொத்த எந்திரவாற்றலான  $E = K + V$  மாறிலியாக வைக்கிறது.

**சிக்கல் 6.8**

சிறுந்துவிபத்துக்களை பாவனையாக்க தானுந்துறப்பதியாளர்கள் அசையும் சிறுந்துகள் வெவ்வேறு விசைமாறிலிகளுள்ள விறகருள்கள் ஏற்றப்பட்ட சுவர்களில் மோதுவதை ஆய்வறிகறார்கள.  $18.0 \text{ km/h}$  வேகத்தில் மேடுபள்ளமற்ற சாலையில் அசையும்  $1000 \text{ kg}$  நிறையுள்ள ஒரு சிறுந்து கிடைமட்டமாக ஏற்றிய  $6.25 \times 10^3 \text{ N.m}^{-1}$  விசைமாறிலியுள்ள விறகருளில் மோதுகிறது. விறகருளின் மீப்பெரும அமுக்கம் என்ன?

### தீர்வு

இயக்கவாற்றல் முற்றிலுமாக இயன்ம வாற்றலாக மாறும்போது மீப்பெரும அமுக்கம் ஏற்படுகிறது. சிறுந்துதின் இயக்கவாற்றல்

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 10^3 \times 5^2 = 1.25 \times 10^4 \text{ J}$$

இங்கு,  $18 \text{ km.h}^{-1}$  ஐ  $5 \text{ m.s}^{-1}$  ஆக மாற்றியிருக்கிறோம். ( $36 \text{ km.h}^{-1} = 10 \text{ m.s}^{-1}$  என்பதை நினைவில் வைத்திருப்பது மிகவும் பயனுள்ளது.) மீப்பெரும அமுக்கம் இருக்கும்போது இயன்மவாற்றல் அதன் மீப்பெருமத்தை அடைகிறது. ஆற்றலின் அழியாக்காப்புக்கொள்கையின்படி இயக்கவாற்றல் முற்றிலுமாக இயன்மவாற்றலாக மாறியிருக்கிறது.

$$V = \frac{1}{2}kx_m^2 = 1.25 \times 10^4 \text{ J},$$

$$x_m = \sqrt{\frac{2 \times 1.25 \times 10^4}{6.25 \times 10^3}} = 2.00 \text{ m}$$

நிலைமையை நாம் நல்லியல்பாக்கியிருப்பதை நோக்குக. விறகருளை நிறையற்றதாகவும் பரப்பை உராய்வற்றதாகவும் கருதினோம்.

பாதைசாராத விசைகளைப்பற்றிய சில குறிப்புகளைக்கூறி இப்பகுதியை நிறைவு செய்வோம்.

(அ) மேலுள்ள உரையளிப்பில் நேரத்தைப் பற்றிய தகவல் எதுவும் இல்லை. மேற்கண்ட சான்றுகளில் அமுக்கத்தை கணக்கிட்டோம். ஆனால் அதற்கு எவ்வளவு நேரம் ஆனது என்று பார்க்கவில்லை. நேரத்தைபற்றிய இத்தகைய தகவல்களை கண்டறிய நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியை பயன்படுத்த வேண்டும்.

(ஆ) எல்லா விசைகளும் பாதைசாரா விசைகள் அல்ல. சான்றாக உராய்வு பாதைசாரா விசை அன்று. இந்த வேற்றுவத்தில் ஆற்றலின் அழியாக்காப்பு விதியை தகுந்தவாறு மாற்றிக்கொள்ளவேண்டும். இதை சிக்கல் 6.9 எடுத்துக்காட்டுகிறது.

(இ) இயன்மவாற்றலின் சுழியம் குறிப்பற்றது. அதை நம் வசதிக்கேற்ப தேர்ந்துகொள்ளலாம். அதற்கென்று வேறு தனிப்பட்ட காரணங்களோ இறுக்கமான முறைகளோ இல்லை. விறகருளின் விசைக்கு,  $x = 0$  த்தில்  $V(x) = 0$  என்று

எடுத்தோம். அதாவது நீட்டாத சரத்துக்கு சுழிய இயன்மவாற்றலை வைத்தோம். மாறிலியான புவியீர்ப்புவிசைக்கு புவியின் பரப்பில்  $V = 0$  என்று எடுத்தோம். பின்வரும் ஒரு பாடத்தில் நிறையீர்ப்பின் பொது விதியை படிக்கும்போது நிறையீர்ப்பின் மூலத்தி லிருந்து முடிவிலி தொலைவில் இயன்மவாற்றலின் சுழியத்தை வைத்துக்கொள்வது கணக்கீடுகளை எளிமையாக்கும் என்று காண்போம். எனினும், எந்த நிலையில் இயன்மவாற்றல்  $V = 0$  என்று எடுத்துக் கொள்கிறோமோ, அதனை அந்த ஆய்வின் நடுவில் எங்கும் மாற்றவியலாது என்பதை எப்போதும் நினைவில் கொள்ளவேண்டும். நீட்டாற்றில் படகை மாற்றிக்கொள்ள இயலாது!

### சிக்கல் 6.9

உராய்வுக்கெழு  $\mu = 0.5$  எனக்கொண்டு சிக்கல் 6.8இல் விறகருளின் மீப்பெரும அமுக்கத்தை கணக்கிடுக.

### தீர்வு

உராய்வு இருக்கும்போது, விறகருளின் விசையும் உராய்வுவிசையும் விறகருளின் அமுக்கதிற்கு எதிராக உள்ளதை படம் 6.9 காட்டுகிறது.

இங்கு எந்திர ஆற்றலின் அழியாக்காப்பு விதியை பயன்படுத்தாமல், வேலையாற்றலின் தேற்றத்தை பயன்படுத்தவேண்டும். ஏனெனில் உராய்வுவிசை பாதைசாராவிசையன்று.

இயக்கவாற்றலில் மாற்றம்

$$\Delta K = K_f - K_i = 0 - \frac{1}{2}mv^2$$

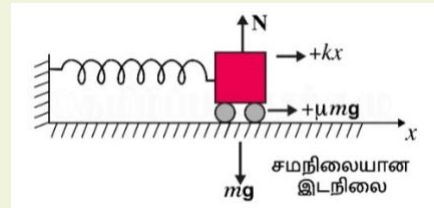
நிகர விசை செய்யும் வேலை

$$W = -\frac{1}{2}kx_m^2 - \mu mgx_m$$

இரண்டையும் சமமிட்டு

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx_m^2 + \mu mgx_m$$

என்று பெறுகிறோம். இப்போது,  $\mu mg = 0.5 \times 10^3 \times 10 = 5 \times 10^3 \text{ N}$ .



படம் 6.9 சிறுந்துதின்மீது செயலாற்றும் விசைகள்

இங்கு கணக்கிடும் வசதிக்காக,  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$  எனக்கொண்டோம்.

மேலுள்ள சமன்பாட்டை மாற்றடுக்கி  $x_m$  என்ற தெரியிலியில் ஒரு ஈரடுக்குச்சமன்பாட்டை பெறுகிறோம்.

$$kx_m^2 + 2\mu mgx_m - mv^2 = 0$$

$$x_m = \frac{-\mu mg + [\mu^2 m^2 g^2 + mkv^2]^{\frac{1}{2}}}{k}$$

இங்கு இடப்பெயர்ச்சியான  $x_m$  நேர்மம் என்பதால், வர்க்கமூலத்தின் நேரிய மதிப்பை மட்டும் எடுக்கிறோம். சமன்பாட்டில் எண்களை இட்டு,  $x_m = 1.35 \text{ m}$  என்று பெறுகிறோம். எதிர்பார்த்த படியே இந்த விடை சிக்கல் 6.8இல் நாம் பெற்றதைவிட குறைவானது.

ஒரு பொருளின் மீது பாதைசாரா விசையும் ( $F_{சாரா}$ ) பாதைசார் விசையும் ( $F_{சார்}$ ) ஒரே நேரத்தில் செயல்பட்டால், எந்திரவாற்றலின் அழியாக்காப்புக் கோவையை மாற்றியமைக்க வேண்டும். வேலையாற்றலின் தேற்றத்தின்படி,

$$(F_{சாரா} + F_{சார்})\Delta x = \Delta K$$

$$\text{ஆனால், } F_{சாரா}\Delta x = -\Delta V. \text{ ஆகவே,}$$

$$\Delta(K + V) = F_{சார்}\Delta x$$

$$\Delta E = F_{சார்}\Delta x$$

மொத்த எந்திரவாற்றலை  $E$  என அழைக்கிறோம். முழுப்பாதையில் அது

$$E_f - E_i = W_{சார்}$$

என்றாகிறது. இங்கு  $W_{சார்}$  என்பது முழுப்பாதையில் பாதைசார்விசைகள் செய்த மொத்த வேலை. பாதைசார்விசைகளைப் போலல்லாமல், பாதைசார்விசைகள் செய்த வேலையான  $W_{சார்}$  தொடக்க நிலையிலிருந்து இறுதிநிலைவரை பயணித்த பாதையை சார்ந்திருப்பதை கவனியுங்கள்.

## 6.10 ஆற்றலின் பல வடிவங்களும் ஆற்றலின் அழியாக்காப்புவிதியும்

கடந்த பகுதியில் எந்திரவாற்றலைப்பற்றி உரையாடினோம். அசைவின் அடிப்படையிலான ஆற்றலை இயக்கவாற்றல் என்றும், அமைவடிவத்தின் (இடநிலையின்) அடிப்படையிலான ஆற்றலை இயன்மவாற்றல் என்றும் வகைப்படுத்தினோம். இந்த இரண்டும் சேர்ந்தது எந்திரவாற்றல் என்றோம். ஆற்றல் பல வடிவங்களை எடுத்து தமக்குள் மாற்ற மடைகின்றன. பலநேரங்களில் இந்த மாற்றங்கள் எப்போதும் வெளிப்படையாக தெளிவாவதில்லை.

### 6.10.1 வெப்பம்

உராய்வுவிசை ஒரு பாதைசார்விசை என ஏற்கெனவே பார்த்தோம். எனினும், வேலை உராய்வுவிசையுடன் மிகத்தொடபுடையது. சிக்கல் 6.5ஐ நினைவுகொள்வோம். நிறை  $m$  உள்ள கட்டி சொரசொரப்பான கிடைத்தளத்தில்  $v_0$  வேகத்தில் அசையத்தொடங்கி சீராக வேகங்குறைந்து  $x_0$  தொலைவை கடந்து நின்று விடுகிறது. நகர்வுராய் வின் விசையான  $f$   $x_0$  என்ற தொலைவுக்கு அசைவதில் செய்த வேலை,  $-fx_0$ . வேலையாற்றலின் தேற்றப்படி,  $-fx_0 =$

$\frac{1}{2}mv_0^2$ . நம் நோக்கவீச்சை எந்திரவியலின் வரையறைக்குள் மட்டும் வைத்திருந்தால், உராய்வுவிசையால் இயக்கவாற்றலை 'இழந்து' விட்டோம் என்று கூறுவோம். கட்டியையும் மேசைப்பரப்பையும் நாம் சற்று விவரமாக ஆராய்ந்தால், அவற்றின் வெப்பநிலை அதிகரித்திருப்பதை காண்போம். அதாவது உராய்வு விசையின் காரணமாக இயக்கவாற்றலை நாம் 'இழந்து' விடவில்லை. மாறாக வெப்பவாற்றலாக அது மாறியிருக்கிறது. அது கட்டி, மேசை ஆகியவற்றின் அகவாற்றலை அதிகரித்திருக்கிறது. குளிர்காலத்தில், வெதுவெதுப்புக் காக நமது உள்ளங்கைகளை வேகமாக தேய்த்து கன்னங்களில் வைத்துக்கொள்கிறோம். அகவாற்றல் முடிவறாமல் நிகழும் மூலக்கூறுகளின் நேர்ந்தவாறான அசைவுகளுடன் தொடர்புடையது என்பதை பின்பு காண்போம்.  $1 \text{ kg}$  நிறை யுள்ள நீர்  $10^\circ$  யால் குளிரும்போது  $42000 \text{ J}$  ஆற்றலை இழக்கிறது என்ற தகவலிலிருந்து ஆற்றன்மாற்றலின் அளவியமான ஒரு உண்மையை அறிகிறோம்.

### 6.10.2 வேதியாற்றல்

மனித இனத்தின் ஒரு மகத்தான தொழிற்துட்ப மேம்பாடு தீமூட்டி அதை கட்டுப்படுத்தும் விதங்களை கண்டறிந்தபோது நிகழ்ந்தது. இரண்டு தீக்கற்களை ஒன்றுடனொன்று உராய்ந்து (எந்திரவாற்றல்) அவற்றை சூடாக்கி காய்ந்த இலைக்குவியலில் தீமூட்டி அதனை தொடர்ந்து தக்க முறையில் பாதுகாத்தால் அது தொடர்ச்சியான கதகதப்பை நமக்களிக்கிறது. தீக்குச்சியை அதற்கான வேதிப்பரப்பில் தேய்க்கும்போது ஒளிர்சுடர் தோன்றுகிறது. இந்த தீக்குச்சியால் ஒரு வெடியை பற்றவைக்கும்போது அற்புதமான ஒலியும் ஒளியும் தோன்றுகின்றன.

வெவ்வேறு பிணைப்பாற்றலுள்ள மூலக்கூறுகள் வேதிவினையில் பங்கேற்கும்போது அந்த பிணைப்பாற்றல் வேதியாற்றலாக வெளிப்படுகின்றது. நிலைப்பான வேதிச்சேர்மத்தில் அதன் தனித்தனியான பகுதிகளைவிட குறைந்த ஆற்றலே இருக்கிறது. ஒரு வேதிவினை என்பது அடிப்படையில் அணுக்களின் மறு சீரமைப்பே. வினைப்பொருள் களின் மொத்த ஆற்றல் வினையின் முடிவில் உண்டாகும் வேதிப்பொருள் களின் மொத்த ஆற்றலைவிட அதிகமாக இருந்தால் வெப்பம் வெளியேறுகிறது, இவ்வாறான வேதிவினையை வெப்பமுமிழ் வேதிவினை என அழைக்கிறோம். இதன் திருப்பாக, வெப்பம் உட்கவரப்பட்டால், வெப்பங்கொள்வேதிவினை என அழைக்கிறோம். நிலக்கரியில் கரிமம் நிறைந்துள்ளது;  $1 \text{ kg}$  நிலக்கரியை எரிக்கும்போது  $3 \times 10^7 \text{ J}$  ஆற்றல் வெப்பமாக வெளிப்படுகிறது.

வேதியாற்றல் பொருள்களை நிலைப்பாக்கும் விசைகளுடன் தொடர்புடையது. இவ்விசைகள் அணுக்களை மூலக்கூறுகளாகவும், மூலக்கூறுகளை பன்மத்தொடுப்பமாகவும், இன்ன பிற வகைகளிலும் பிணைக்கின்றன.

நிலக்கரி, சமையல்வளிமம், மரக்கட்டை, கன்னெய் ஆகியவற்றை எரித்து நாம் பெரும் வேதியாற்றல் நம் அன்றாட வாழ்வுக்கு இன்றியமையாதது.

### 6.10.3 மின்னாற்றல்

மின்னோட்டம் மின்விளக்கை எரியச் செய்கிறது; மின்விசிறியை சுழலச் செய்கிறது; மணியை ஒலிக்கச் செய்கிறது. மின்மங்கள், மின்னோட்டம் ஆகியவற்றின் ஈர்ப்பையும் விலக்கலையும் ஆட்கொள்ளும் விதிகள் இருக்கின்றன. அவற்றை நாம் பின்பு படிப்போம். மின்னோட்டத்துடன் ஆற்றல் தொடர்பானது. இந்தியாவில் நகரப்பகுதியிலுள்ள ஒரு வீடு நொடிக்கு 200 J ஆற்றலை நுகர்கின்றது.

### 6.10.4 நிறையும் ஆற்றலும் சமானம்

பத்தொன்பதாம் நூற்றாண்டின் இறுதிவரை, இயற்பியலர்கள் ஒவ்வொரு இயனிகழ்முறையிலும் வேதிநிகழ்முறையிலும் ஒரு தனியமைப்பின் நிறை மாறாது என்று மட்டுமே நம்பினார்கள். பருப்பொருள் தன் முகநிலையை மாற்றலாம், சான்றாக பனியிடுக்கு ஓடையாக பீறிட்டுப்பாயலாம். எனினும், பருப்பொருளை ஆக்கவோ அழிக்கவோ இயலாது. ஆனால், ஐன்சுடைன் (1879-1955), நிறையும் ஆற்றலும் சமானமானவை என்றும் அவை இரண்டுக்குமுள்ள உறவை

$$E = mc^2 \quad (6.29)$$

என்ற கோவையால் எழுதலாம் என்றும் காட்டினார். இங்கு  $c$  வெற்றிடத்தில் ஒளியின் வேகம் (ஏறத்தாழ  $3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ ). ஆகவே வெறும்  $1 \text{ kg}$  நிறையில் மிகப்பெரும் ஆற்றல் பொதிந்துள்ளது ( $E = 1 \times [3 \times 10^8]^2 = 9 \times 10^{16} \text{ J}$ ) இது ஒரு 3000 MW மின்னூற்

பத்தினிலையம் ஓராண்டில் உற்பத்தியாக்கும் மின்னாற்றலுக்கு சமம்.

### 6.10.5 அணுக்கருவாற்றல்

பேரழிவுக்காக மனிதன் உருவாக்கிய ஆயுதங்களான அணுக்குண்டுகள் ஒன்றிழைதலாலும் அணுப்பிளவாலும் செயலாற்றுகின்றன. இந்த நிகழ்முறைகள் நிறையும் ஆற்றலும் சமானமாவதன் துலங்கல்களே. இதன் மறுபக்கமாக, வாழ்வுக்கு ஊட்டமளிக்கும் கதிர்வனின் ஆற்றலும் இந்த சமன்பாட்டின் அடிப்படையானதே. நான்கு ஐதரச அணுக்கருக்கள் இணைந்து ஒரு ஈலிய அணுக்கருவாக மாறுகின்றன. ஈலிய அணுக்கருவின் நிறை நான்கு ஐதரச அணுக்கருக்களின் நிறையைவிட குறைவு. இந்த நிறைக்குறையே ( $\Delta m$ ) கதிர்வனிலிருந்து வெளிப்படும் ஆற்றலுக்கு ( $\Delta mc^2$ ) அடிப்படை. அணுக்கருப்பிளவில் உரேனியம் ( ${}^{235}_{92}\text{U}$ ) போன்ற நிறைமிகுந்த அணுக்கரு நொதுமியால் பிளக்கப்பட்டு நிறைகுறைந்த அணுக்கருக்களாக மாறுகின்றது. இங்கும் தொடக்கநிறைக்கும் இறுதிநிறைக்கு மிடையிலுள்ள நிறைக்குறையே ஆற்றலாக மாறுகிறது. அணுவுலையில் கட்டுண்ட வகையில் நடைபெறும் அணுக்கருப்பிளவிலிருந்து மின்னாற்றலை தயாரிக்கிறோம். அணுக்குண்டில் இதே நிகழ்வு கட்டில்லாமல் நடக்க அனுமதிக்கப்பட்டு பேரழிவு ஏற்படுகிறது. சரியாகக்கூறினால் வேதிவினையின்போது வெளிப்படும் ஆற்றலும் ( $\Delta E$ ) இந்த நிறைக்குறையால் ( $\Delta m = \Delta E / c^2$ ) ஏற்படுவதே. எனினும் வேதிவினையிலுள்ள நிறைக்குறை அணுக்கருவினையிலுள்ள நிறைக்குறையின் ஒப்பீடில் மிக மிகக்குறைவு. அட்டவணை 6.3 பல்வேறு நிகழ்வுகளின்போது ஏற்படும் ஆற்றல்களை பட்டியலிடுகிறது.

அட்டவணை 6.3 பல்வேறு தோற்றப்பாடுகளுக்கான தோராயமான ஆற்றல்

விவரம்	ஆற்றல் (J)
பெருவெடிப்பு	$10^{68}$
உடுத்திரள் தன் வாழ்நாளில் உமிழும் வானலையாற்றல்	$10^{55}$
பால்வீதியின் சுழற்சியாற்றல்	$10^{52}$
பெருநோவாவில் வெளியாகும் ஆற்றல்	$10^{44}$
ஆழியின் ஐதரசன் ஒன்றிழைதல்	$10^{34}$
புவியின் சுழற்சியாற்றல்	$10^{29}$
ஓராண்டில் புவியில் வீழும் கதிர்வ ஒளி	$5 \times 10^{24}$
ஓராண்டில் புவிப்பரப்பருகில் வெளிக்கசியும் காற்றாற்றல்	$10^{22}$
ஓராண்டில் உலகின் மனிதர் பயன்படுத்தும் ஆற்றல்	$3 \times 10^{20}$
ஓராண்டில் கோளீலைகளால் வெளிக்கசியும் ஆற்றல்	$10^{20}$
15 மெகாதொன் ஒன்றிழைதற்குண்டு வெளியிடும் ஆற்றல்	$10^{17}$
ஓராண்டில் பெரிய மின்னாக்கநிலையத்தின் மின்வெளியீடு	$10^{16}$
இடிமின்புயல்	$10^{15}$

1000 kg நிலக்கரியை எரிப்பதால் வெளியாகும் ஆற்றல்	$3 \times 10^{10}$
பெரிய உமிழ்வானூர்தியின் இயக்கவாற்றல்	$10^9$
1 இலிட்டர் எரிசலை எரிப்பதால் வெளியாகும் ஆற்றல்	$3 \times 10^7$
மனித முதுவர் ஒரு நாளில் உட்கொள்ளும் உணவு	$10^7$
ஒரு துடிப்பில் மனித இதயம் செய்யும் வேலை	0.5
நூலின் பக்கத்தை திருப்புதல்	$10^{-3}$
தெள்ளை குதித்தல்	$10^{-7}$
ஒரு நொதுமி வெளியேறல்	$10^{-10}$
ஒரு அணுக்கருவில் நேர்மின்னியின் ஆற்றல்	$10^{-13}$
ஒரணுவில் எதிர்மின்னியின் ஆற்றல்	$10^{-18}$
அனடியில் ஒரு பிணைப்பு உடைதல்	$10^{-20}$

### சிக்கல் 6.10

அட்டவணை 6.1, அட்டவணை 6.2, அட்டவணை 6.3 ஆகியவற்றை ஆராய்ந்து (அ) ஒரு அனடிப்பிணைப்பை உடைப்பதற்கான ஆற்றல் (eVஇல்) (ஆ) வளிமூலக்கூறின் இயக்கவாற்றல் ( $10^{-21} J$ ) (eVஇல்). (இ) சராசரியான மனித முதுவருக்கு ஒருநாள் தேவைப்படும் ஆற்றல் (கிலோ கலோரியில்) ஆகியவற்றை காண்க.

#### தீர்வு

(அ) ஒரு அனடிப்பிணைப்பை உடைப்பதற்கான ஆற்றல்

$$= \frac{10^{-20} J}{1.6 \times 10^{-19} \left(\frac{J}{eV}\right)} = 0.06 eV = 60 meV$$

meV மில்லி eVயை குறிப்பதை நோக்குக.

(ஆ) வளிமூலக்கூறின் இயக்கவாற்றல்

$$= \frac{10^{-21} J}{1.6 \times 10^{-19} \left(\frac{J}{eV}\right)} \approx 0.006 eV = 6.2 meV$$

(இ) சராசரி மனித முதுவருக்கு ஒருநாள் தேவைப்படும் ஆற்றல்

$$= \frac{10^7 J}{4.2 \times 10^3 \left(\frac{J}{Kcal}\right)} = 2400 Kcal$$

செய்தித்தாள்களும் காலவிதழ்களும் உண்டாக் கிய ஒரு பிழையான கருத்தை இங்கு சுட்டிக் காட்டவேண்டும். உணவின் ஆற்றலை அவர்கள் கலோரியில் குறிப்பிட்டு நாம் ஒரு நாளில் சாப்பிடும் உணவு 2400 கலோரிக்கு மிகாமல் இருக்க வேண்டும் என்று கூறுகின்றனர். இது பிழை. 2400 கிலோகலோரி என அவர்கள் கூறியிருக்க வேண்டும். 2400 கலோரிக்கு மிகாமல் ஒரு மனிதன் உண்டால் பட்டினியால் இறந்துவிடுவான்.

### 6.10.6 ஆற்றலின் அழியாக்காப்பு என்ற கொள்கை

செயலாற்றும் எல்லா விசைகளும் பாதைசாரா விசைகளாக இருந்தால் எந்திரவாற்றல் அழியாக் காக்கப்படுகிறது என்று பார்த்தோம். சில விசைகள் பாதைசார் விசைகளாக இருப்பின் எந்திரவாற்றலின் ஒரு பகுதி வெப்பமாகவோ ஒலியாகவோ ஒளியாகவோ வேறொரு வடிவமாகவோ மாறலாம். ஆனால், ஒரு தனியமைப்பில் எல்லா ஆற்றல் களையும் கணக்கில் எடுத்தால், மொத்த ஆற்றல் மாறிலி. ஒரு வடிவில் இருக்கும் ஆற்றல் வேறொரு வடிவத்தை பெறலாம். எனினும் மொத்த ஆற்றல் மாறாது; அது மாறிலி. ஆற்றலை ஆக்கவோ அழிக்கவோ இயலாது.

முழுப்புடவியையும் ஒரு தனியமைப்பாக கருதலாம். எனவே அதன் மொத்த ஆற்றல் மாறிலி. ஒரு பகுதி ஆற்றலை இழந்து மற்றொரு பகுதி ஆற்றலை பெறுகிறது.

ஆற்றலின் அழியாக்காப்பு நிறுவ வியலாது; ஆனால் அது நன்கு நிலைநாட்டப் பட்டது. அதாவது, அதை மீறும் ஒரு நிகழ்வைக்கூட இதுவரை யாரும் கண்டதில்லை. ஆற்றலின் அழியாக்காப்பும் அதன் வடிவம் மாறுவதும் இயற்பியல், வேதியியல், உயிரியல் போன்ற அறிவியலின் பல்வேறு பிரிவுகளை ஒன்றிணைக்கின்றன. அறிவியலின் தேடல்களில் கருத்துருகளை ஒன்றுசேர்க்கும் ஒரு கருவியாக இக்கொள்கை விளங்குகிறது. பொறியியற்பார்வையில் மின்னியல், தகவற்றொடர்பு, எந்திரவியல் போன்ற துறைகளின் அமைகருவி கள் ஏதோ ஒரு வகையில் ஆற்றலின் வடிவை மாற்றும் அடிப்படையிலே செயலாற்றுகின்றன.

### 6.11 திறன்

ஒரு பொருளின்மீது செய்யப்படும் வேலையை மட்டுமல்லாமல் அந்த வேலை நடைபெறும் வேகத்தையும் கருதுவது நமக்கு ஆர்வமானது. ஒருவன் நான்கு மாடிகளில் ஏறுகிறான் என்பதைவிட அவன் எவ்வளவு

வேகத்தில் ஏறுகிறான் என்பது அவன் உடலின் தகுதியை வெளிப்படுத்துகிறது. திறன் என்பது வேலையைச் செய்யும் காலவீதம்; அதாவது ஆற்றலை மாற்றுவதன் வீதம்.

ஒரு விசையின் சராசரி திறன் என்பது வேலைக்கும் ( $W$ ) அதற்கு ஆகும் நேரத்துக்குமான விகிதம். அதாவது,

$$P_{சரா} = \frac{W}{t}$$

உடனடித்திறன் என்பது கால இடைவெளி சூழிய எல்லையை நெருங்கும்போது வேலைக்கும் காலத்திற்குமுள்ள விகிதத்தின் எல்லை. அதாவது,

$$P = \frac{dW}{dt} \quad (6.30)$$

$F$  எனும் விசை  $dr$  எனும் இடப்பெயர்ச்சியின்போது செய்யும் வேலை  $dW$  எனில்,  $dW = F \cdot dr$ . அப்போது உடனடித்திறனை

$$P = F \cdot \frac{dr}{dt} = F \cdot v \quad (6.31)$$

என்று எழுதலாம்; இங்கு,  $F$  விசை;  $v$  உடனடித்திசை வேகம்.

வேலையையும் ஆற்றலையும்போல் திறனும் ஒரு திசையிலி. அதன் பருமானம்  $[ML^2T^{-3}]$ . அவ்வலகில் வாட்டு ( $W$ ) என்று அழைக்கப்படுகிறது.  $1W = 1J s^{-1}$ . 18ஆம் நூற்றாண்டின் அறிவியலரும் நீராவிப் பொறியின் கண்டுபிடிப்பாளர்களுள் ஒருவருமான இயேமசு வாட்டு என்பவரின் பெயரால் அந்த அலகை அழைக்கிறோம்.

திறனுக்கு குதிரைத்திறன் ( $hp$ ) என்ற அலகும் நடைமுறையில் நீண்டநாட்களாக பயன்பாட்டில் உள்ளது.

$$1 hp = 746 W$$

சிறுந்து, ஈருருளி ஆகியவற்றின் திறனை குறிக்க இன்றும் இவ்வலகு பயன்பாட்டில் உள்ளது.

விளக்குகள், சூடேற்றிகள், குளிர்நட்டிகள் போன்ற மின்பொருள்களை வாங்கும்போது வாட்டு ( $W$ ) என்ற அலகை எதிர்கொள்கிறோம். ஒரு 100 W விளக்கு 10 மணிநேரம் எரிந்தால் அது பயன்படுத்தும் ஆற்றல்

$$E = 100 W \times 10 h = 1000 Wh = 1 kWh \\ = 10^3 W \times 3600 s = 3.6 \times 10^6 J$$

நம் மின்சாரச்சீட்டில் ஆற்றலை அலகு என குறிக்கிறார்கள்.

$$1 \text{ அலகு} = 1 \text{ kwh}$$

### சிக்கல் 6.11

ஒரு மின்தூக்கி தன்னையும் பயணிகளையும் சேர்த்து மீப்பெருமமாக 1800 kg ஐ சுமக்கிறது. அவ்வாறு சுமந்து செல்லும்போது சீராக  $2 m \cdot s^{-1}$  வேகத்தில் அசைகிறது. அதன்மீது செயலாற்றும் உராய்வுவிசை 4000 N. இது சாத்தியமாக வேண்டுமெனில்

மின்னுந்துவியின் மீக்குறைந்த திறன் எவ்வளவாக இருக்கவேண்டும்?

### தீர்வு

மின்தூக்கியின்மீது செயலாற்றும் விசைகள் புவியீர்ப்பின் விசையும் உராய்வின் விசையும்

$$F = mg + F_{\text{ரி}} = (1800 \times 10) + 4000 = 22000 N$$

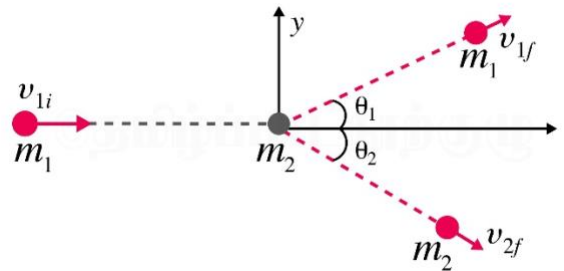
உந்துவி இந்த விசையை சமனாக்க போதுமான திறனை வழங்கவேண்டும். (6.31)ஆம் சமன்பாட்டின்படி,

$$P = F \cdot v = 22000 \times 2 = 44000 W = 59 hp$$

## 6.12 மோதல்கள்

இயற்பியலில் அசைவுகளை (இடநிலைகள் மாறுவதை) ஆய்ந்தறிகிறோம். அதே நேரத்தில் இயற்பிய நிகழ்முறைகளில் மாறாத இயலளவுகளையும் கண்டறிய முற்படுகிறோம். உந்தம், ஆற்றல் ஆகியவற்றின் விதிகள் இதற்கு சிறந்த சான்றுகளாக விளங்குகின்றன. பொதுவாக நாம் எதிர்கொள்ளும் மோதல்களில் இவ்விதிகளை எவ்வாறு பயன்படுத்துவது என்று இப்பகுதியில் படிப்போம். பில்லியடு, கேரம் போன்ற விளையாட்டுகள் மோதல்களின் அடிப்படையிலானவை. இரண்டு நிறைகள் நல்லியல்பாக்கிய வகையில் மோதும் போது என்னாகிறது என்று இப்பொழுது படிப்போம்.

$m_1, m_2$  ஆகிய இரண்டு நிறைகளை கருதுவோம்.  $m_1$  அசையும் தொடக்க வேகம்  $v_{1i}$ ; இங்கு  $i$  தொடக்கத்தை குறிக்கிறது.  $m_2$  ஓய்வில் இருப்பதாக கருதுவோம். இவ்வாறு வைத்துக் கொள்வதால் பொதுவமிழப்பு ஏற்படவில்லை.  $m_1$  என்ற நிறை ஓய்விடம்  $m_2$ வின் மீது மோதுகிறது. இதை படம் 6.10 காட்டுகிறது.



படம் 6.10  $m_1$  என்ற நிறை நிலையான  $m_2$ வுடன் மோதுதல்

$m_1, m_2$  ஆகிய நிறைகள் வெவ்வேறு திசைகளில் ஓடுகின்றன. அவற்றின் நிறைகளுக்கும் திசை வேகங்களுக்கும் கோணங்களுக்குமிடையிலுள்ள உறவினை பார்க்கலாம்.

### 6.12.1 மீண்ம மோதலும் குறைமீண்ம மோதலும்

எல்லா மோதல்களிலும் மொத்த நேரியவுந்தம் அழியாக்காப்புறுகிறது. அதாவது

அமைப்பின் தொடக்கவுந்தமும் இறுதியுந்தமும் சமம். இதை பின்வரும் விவாதத்தால் புரிந்துகொள்ளலாம். இரண்டு பொருள்கள் மோதும்போது ஒன்றன் மீதொன்று செலுத்தும் கணத்தாக்கவிசைகள்  $\Delta t$  நேரம் செயல்பட்டு உந்தங்களை மாற்றுகின்றன.

$$\Delta P_1 = F_{12} \Delta t$$

$$\Delta P_2 = F_{21} \Delta t$$

இங்கு  $F_{12}$  முதல் துகளின்மீது இரண்டாம் துகள் செலுத்தும் விசை;  $F_{21}$  இரண்டாம் துகளின்மீது முதல் துகள் செலுத்தும் விசை. நியூட்டனின் மூன்றாம் விதிப்படி,  $F_{12} = -F_{21}$ . இது

$$\Delta P_1 + \Delta P_2 = 0$$

என்பதை உள்ளூரைக்கிறது. மோதல் நிகழும் நேரத்தில் ( $\Delta t$ ) விசைகள் உட்சிக்கலான வகையில் மாறினாலும் மேற்கண்ட முடிவு சரியானதே. ஒவ்வொரு கணத்திலும் மூன்றாம் விதி உண்மை என்பதால் முதற்பொருளின் மீதான மொத்த கணத்தாக்கம் இரண்டாம் நிறையின்மீதான மொத்த கணத்தாக்கத்துக்கு சமமாகவும் எதிர்த்திசையிலும் இருக்கிறது.

ஆனால், மொத்த இயக்கவாற்றல் அழியாக்க காப்புறுவது தேவையில்லை. மோதலின்போது ஏற்படும் தாக்கமும் உருத்திரிபும் ஒலியையும் வெப்பத்தையும் உண்டாக்கியிருக்கலாம். இதனால் தொடக்க இயக்க வாற்றலின் ஒரு பகுதி ஆற்றலின் வேறுவடிவங்களாக மாறியிருக்கலாம். மோதலின்போது நிகழும் உருத்திரிபுகளை அமுக்கப்பட்ட விறசுருளின்வழி புரிந்துகொள்ளலாம். நிறைகளை இணைக்கும் அமுக்கப்பட்ட விறசுருள் ஆற்றலை இழக்காமல் வடிவத்தை மீட்பெற்றால், மோதும் நேரமான  $\Delta t$  யின்போது மொத்த இயக்கவாற்றல் மாறினாலும், தொடக்க இயக்கவாற்றலும் இறுதி இயக்கவாற்றலும் சமம். இவ்வகையான மோதல்களை **மீண்ம மோதல்கள்** என்கிறோம். இதன் மறுபக்கமாக, உருத்திருபுகளிலிருந்து மீளாமல் இரண்டு நிறைகளும் ஒரே திசையில் அசையலாம். இவ்வாறான மோதல்களை **மீண்மமற்ற மோதல்கள்** என அழைக்கிறோம். உருத்திரிபு பகுதியாக மீட்சியடைந்தால், அப்போது இயக்கவாற்றலின் ஒரு பகுதி இழக்கப்பட்டிருக்கிறது, அதனை **குறைமீண்ம மோதல்கள்** என அழைக்கிறோம்.

### 6.12.2 ஒற்றைப்பருமானத்தில் மோதல்கள்

முதலில் மீண்மமற்ற மோதலை எடுத்துக் கொள்வோம். படம் 6.10இல்

$$\theta_1 = \theta_2 = 0$$

உந்தத்தின் அழியாக்காப்பினால்

$$m_1 v_{1i} = (m_1 + m_2) v_f$$

$$v_f = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \quad (6.32)$$

மோதலில் இழந்த இயக்கவாற்றல்

$$\Delta K = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_f^2$$

$$= \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 - \frac{1}{2} \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} v_{1i}^2$$

((6.32)ஆம் சமன்பாட்டை பயன்படுத்தி)

$$= \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 \left[ 1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right] = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}^2$$

எதிர்பார்த்தபடியே இது நேர்மம்.

அடுத்ததாக ஒரு மீண்ம மோதலை எடுத்துக்கொள்வோம். அதே பெயரிடுமுறையை மீண்டும் பயன்படுத்துவோம்  $\theta_1 = \theta_2 = 0$  உந்தத்தின் அழியாக்காப்பின்படி,

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (6.33)$$

எந்திரவாற்றலின் அழியாக்காப்பின்படி,

$$m_1 v_{1i}^2 = m_1 v_{1f}^2 + m_2 v_{2f}^2 \quad (6.34)$$

(6.33), (6.34) ஆகிய சமன்பாடுகளிலிருந்து

$$m_1 v_{1i} (v_{2f} - v_{1i}) = m_1 v_{1f} (v_{2f} - v_{1f})$$

$$v_{2f} (v_{1i} - v_{1f}) = v_{1i}^2 - v_{1f}^2$$

$$v_{2f} (v_{1i} - v_{1f}) = (v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f})$$

$$v_{2f} = v_{1i} + v_{1f} \quad (6.35)$$

என்றும், இதை (6.34)இல் இட்டு,

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} \quad (6.36)$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \quad (6.37)$$

என்றும் பெறுகிறோம். இவ்வாறு  $\{v_{1f}, v_{2f}\}$  ஆகிய தெரியாத அளவுகளை  $\{m_1, m_2, v_{1i}\}$  ஆகிய தெரிந்த அளவுகளின்வழி பெற்றோம். இந்த பகுப்பாய்வின் சில தனித்துவ வேற்றுமங்கள் முக்கியமானவை.

**வேற்றுமம் 1:** இரண்டு நிறைகளும் சமமாக இருந்தால்,

$$v_{1f} = 0$$

$$v_{2f} = v_{1f}$$

மோதலின்போது முதல் நிறை ஓய்வுக்கு வந்து இரண்டாம் நிறை முதல் நிறையின் தொடக்க வேகத்தை முழுவதுமாக பெற்றுவிடுகிறது.

**வேற்றுமம் 2** ஒரு நிறை ஒங்கியிருந்தால் ( $m_2 > m_1$ )

$$v_{2f} = v_{1f}$$

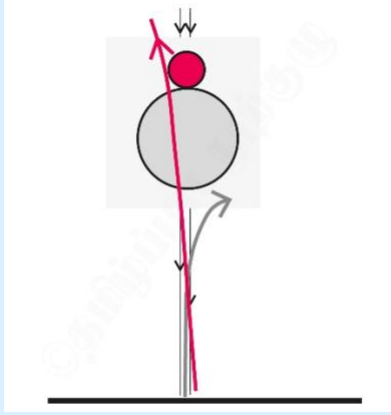
$$v_{2f} \approx 0$$

அதிக நிறையுள்ள நிலையான பொருள் அசைவுக்குள்ளாகாமல் குறைநிறையுள்ள பொருள் தன் திசைவேகத்தின் திசையை மாற்றிக் கொள்கிறது.

### முட்டும மோதலைப்பற்றிய ஒரு பரிசோதனை

கிடைமட்ட பரப்பில் மோதற்பரிசோதனையை செய்யும்போது மூன்று இடையூறுகள் தோன்றுகின்றன. முதலாவதாக,

உராய்வு இருப்ப தால் சீரான வேகம் சாத்தியமில்லை. இரண்டாவ தாக, வெவ்வேறு அளவுகளுள்ள இரண்டு பொருள் களை ஒரு மேசையில் முட்டுமமாக மோதும்படி ஏற்பாடுசெய்வது கடினம்; ஏனென்றால், பொருள்க ளின் நிறைமையங்கள் வெவ்வேறு உயரங்களில் இருக்கலாம். மூன்றாவதாக, மோதலுக்கு சற்று முன்னும் சற்றுப்பின்னும் பொருள்களின் திசை வேகங்களை அளப்பது கடினம்.



இதே பரிசோதனையை நெடுநிற்பத்திசையில் செய்யும்போது, இம்மூன்று இடையூறுகளும் மறைகின்றன. இரண்டு பந்துகளை எடுத்துக்கொள்ளுங்கள். ஒன்று பெரிய கால்பந்தோ கைப்பந்தோ கூடைப்பந்தோ என்க. மற்றொன்று சிறிய பூப்பந்து என்க. முதலில் நிறைமிக்குந்த பந்தை ஒரு குறிப்பிட்ட ( $1\text{ m}$  என்க) உயரத்திலிருந்து கீழ் போடுவோம். அது தரையில் மோதி மேலெழும் உயரத்தை குறித்துக்கொள்வோம். இந்த உயரங்களிலிருந்து பந்து தரையை தொடுவதற்கு சற்றுமுன்பும் மேலெழத்தொடங்கும் போதும் பந்தின் திசைவேகங்களை  $v^2 = 2gh$  என்பதால் எளிதாக கணக்கிடலாம். எனவே, மீட்டிட்டுக்கொடுக்கவை கணக்கிடலாம்.

இப்போது பெரிய பந்தின்மீது சிறிய பந்தை படத்தில் காட்டியவாறு வைத்து அதே  $1\text{ m}$  உயரத்திலிருந்து, ஒன்றின்மேல் மற்றது இருக்கும் வகையில் கவனமாக கீழே போடுவோம். பெரிய பந்து முன்பைவிட குறைவான உயரத்துக்கே எழுகிறது. ஆனால் சிறிய பந்து  $3\text{ m}$  க்குமேல் எழுவதை காண்போம். போதுமான பயிற்சிக்குப் பின் பந்து பக்கவாட்டில் சிதறாமல் நேரே எழுமாறு நாம் போடலாம். இது ஒரு முட்டும மோதல்.

மீச்சிறந்த விளைவை வழங்கும் பந்துச் சேர்க்கைகளை முயன்றுபாருங்கள். நிறைகளை வழக்கமான தராசின் உதவியால் அறியலாம். பந்துகளின் தொடக்கத்திசை வேகங்களையும் இறுதித்திசைவேகங்களையும் தீர்மானிப்பதை உங்களுக்கு பயிற்சியாக விடுகிறோம்.

### சிக்கல் 6.12 நொதுமிகள் வேகங்குறைதல்

ஒரு அணுக்கருவினைக்கலனில் அதிவேக நொதுமிகளை (வகைநிற்பமாக  $10^7\text{ m.s}^{-1}$ )  $10^3\text{ m.s}^{-1}$  வேகத்துக்கு குறைக்கவேண்டும். அவ்வாறு குறைத்தால் மட்டுமே  $^{235}_{92}\text{U}$  என்ற சமவிடத்தான்மீது வினைபுரியும் நிகழ்தகவு அதிகரித்து கருப்பிளவு ஏற்படுகிறது. நொதுமி தன்னைப்போல் சில மடங்குகளே நிறையுள்ள நிறைகுறைந்த கரிமம், இருவியம் போன்ற வற்றின் அணுக்கருக்களுடன் மோதும்போது தன் பெரும் பான்மையான இயக்கவாற்றலை இழக்கிறது என்று காட்டுக. இந்த நிறை குறைந்த அணுக்கருக்களுள்ள பொருண்ம மாக கனரீரோ ( $D_2O$ ) கடுங்கரியோ பயன்படுவது வழக்கம்; இவற்றை மட்டுறுத்திகள் என்று அழைக்கிறோம்.

### தீர்வு

நொதுமியின் தொடக்க இயக்கவாற்றல்

$$K_{1i} = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2$$

(6.36) ஆம் சமன்பாட்டின்படி, அதன் இறுதி இயக்கவாற்றல்,

$$K_{1f} = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 = \frac{1}{2} m_1 \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 v_{1i}^2$$

இழந்த இயக்கவாற்றலின் விகிதம்

$$f_1 = \frac{K_{1f}}{K_{1i}} = \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2$$

மட்டுறுத்தும் அணுக்கருக்கள் பெற்ற இயக்கவாற்றலின் விகிதம்

$$f_2 = 1 - f_1 \text{ (மீன்ம மோதல்)}$$

$$f_2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$$

இதை (6.37) ஆம் சமன்பாட்டில் மாற்றிட்டும் சரிபார்க்கலாம். இருவியத்தின் நிறை  $m_2 = 2m_1$ , எனவே,  $f_1 = \frac{1}{9}$ ,  $f_2 = \frac{8}{9}$  என்ற முடிவுகளை பெறுகிறோம். ஏறத்தாழ 90% இயக்கவாற்றலை நொதுமி இருவியத்துக்கு கடத்துகிறது. கரிமத்துக்கு  $f_1 = 71.6\%$ ;  $f_2 = 28.4\%$ . நடைமுறையில், முட்டும மோதல் அரிதானது என்பதால் இந்த எண்ணிக்கையளவு குறைவாகவே இருக்கிறது.

தொடக்கத்திசைவேகமும், இறுதித்திசை வேகமும் ஒரே திசையில் இருந்தால் அதை ஒற்றைப்பருமான மோதல் என்றோ முட்டும மோதல் என்றோ அழைக்கிறோம். சிறிய கோளவடிவமான பொருள்க ளின் வேற்றுவத்தில், ஒரு பொருளின் பயணத்திசை நிலையாகவுள்ள மற்றொரு பொருளின் நிறை மையத்தின்வழி சென்றாலே இது சாத்தியம். பொதுவாக மோதல் இருபருமானத்தில் நிகழ்கிறது. இங்கு தொடக்கத்திசைவேகங்களும், இறுதித்திசை வேகங்களும் ஒரு தளத்தில் இருக்கின்றன.

### 6.12.3 இருபருமானத்தில் மோதல்கள்

படம் 6.10  $m_1$  என்ற ஒரு அசையும் நிறை  $m_2$  என்ற ஒரு நிலையான நிறையுடன் மோதுவதை

காட்டுகிறது. இவ்வாறான மோதலில் நேரியவுந்தம் அழியாக்காப்புறுகிறது. உந்தம் திசையன் என்பதால் இது  $x, y, z$  ஆகிய மூன்று திசைகளில் மூன்று சமன்பாடுகளை உள்ளூரைக்கிறது.  $m_1, m_2$  ஆகியவற்றின் இறுதித்திசை வேகங்களின் திசைகள் தீர்மானிக்கும் தளத்தை  $xy$  தளமாக கருதுவோம். நேரியவுந்தத்தின்  $z$ அகை அழியாக்காப்புறுவது மோதல் முழுவதுமாக  $xy$  தளத்திலே அடங்கியிருப்பதை உள்ளூரைக்கிறது.  $x, y$  அகைகளுக்கான சமன்பாடுகள்

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos \theta_1 + m_2 v_{2f} \cos \theta_2 \quad (6.38)$$

$$0 = m_1 v_{1f} \sin \theta_1 - m_2 v_{2f} \sin \theta_2 \quad (6.39)$$

பெரும்பாலான நிலைமைகளில் நமக்கு  $\{m_1, m_2, v_{1i}\}$  தெரிவதால்,  $\{v_{1f}, v_{2f}, \theta_1, \theta_2\}$  ஆகிய நான்கு தெரியிலிகள் இருக்கின்றன. ஆனால், இரண்டு சமன்பாடுகளே உள்ளன.  $\theta_1 = \theta_2 = 0$  எனில், ஒற்றைப்பருமானத்தில் கண்ட (6.33) ஆம் சமன்பாட்டை மீட்பெறுகிறோம். அதாவது (6.38) ஆம் சமன்பாடு (6.33) ஆம் சமன்பாடாக குறைகிறது. மேலும், மோதல் மீண்மமாக இருந்தால்,

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad (6.40)$$

என்ற மேலும் ஒரு சமன்பாடு கிடைக்கிறது. எனினும் ஒன்று குறைகிறது. எனவே சமன்பாடுகளை தீர்க்க நான்கு தெரியாதவற்றுள் ஏதேனும் ஒன்று தெரிந்தாக வேண்டும். ஒரு துய்யறிவியால்  $\theta_1$  ஐ கண்டறிந்தால்  $\{m_1, m_2, v_{1i}, \theta_1\}$  என்ற நான்கு தெரிந்தவற்றால்  $\{v_{1f}, v_{2f}, \theta_2\}$  ஆகிய மூன்று தெரியாதவற்றை (6.38) இலிருந்து (6.40) வரையான சமன்பாடுகளால் தீர்மானிக்கலாம்.

### சிக்கல் 6.13

படம் 6.10 காட்டும் மோதல்  $m_1 = m_2$  என்ற சமநிறையுள்ள பில்லியட்டுப்பந்துகளிடையில் நிகழ்வதாக கொள்வோம். முதல் பந்தை அடிப்பி எனவும் இரண்டாவதை இலக்கு எனவும் அழைக்கிறோம். பில்லியட்டாட்டர் இலக்குப்பந்தை  $\theta_2 = 37^\circ$  யிலுள்ள மூலைத்துளையில் வீழ்த்த விரும்புகிறார். மோதல் மீண்மமானது எனவும் உராய்வும் சுழற்சியும் முக்கியமில்லை எனவும் எடுகொண்டு  $\theta_1$  ஐ கணக்கிடுக.

### தீர்வு

உந்தத்தின் அழியாக்காப்பின்படி, நிறைகள் சமமாகும்போது,

$$v_{1i} = v_{1f} + v_{2f}$$

இருபுறமும் வர்க்கமாக்கினால்

$$v_{1i}^2 = (v_{1f} + v_{2f})^2 = v_{1f}^2 + v_{2f}^2 + 2v_{1f} \cdot v_{2f} \\ = \{v_{1f}^2 + v_{2f}^2 + 2v_{1f}v_{2f} \cos(\theta_1 + 37^\circ)\} \quad (6.41)$$

இங்கு மோதல் மீண்மமானது. நிறைகளும் சமம்; அதாவது ( $m_1 = m_2$ ). எனவே ஆற்றலின் அழியாக்காப்பின்படி,

$$v_{1i}^2 = v_{1f}^2 + v_{2f}^2 \quad (6.42)$$

(6.41), (6.42) ஆகிய சமன்பாடுகளை ஒப்பிட்டு நாம் பெறுவது

$$2v_{1f}v_{2f} \cos(\theta_1 + 37^\circ) = 0$$

$$(\theta_1 + 37^\circ) = 90$$

$$\theta_1 = 53^\circ$$

இது பின்வரும் விளைவை நிறுவுகிறது: நிறை சமமாக இருந்து, ஒரு நிறை அசைவற்றும், மோதல் மீண்மமாகவும், மேனோக்குக் கோணத்திலும் இருந்தால், மோதலுக்குப்பின் இரு நிறைகளும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக அசைகின்றன.

வழவழப்பான பரப்புள்ள கோளமான நிறைகளை கருதி, பொருள்களை தொடும் போதே மோதல் நிகழ்கிறது எனக்கொண்டால் மோதல் எளிமையாகிறது. குண்டுவிளையாட்டு, கேரம், பில்லியட்டு போன்ற விளையாட்டுகளில் இந்த எடுகோள்கள் உண்மையாகின்றன.

அன்றாட வாழ்வில் மோதல் இரண்டும் தொடர்பின்னரே நடைபெறுகின்றது. ஆனால் நீண்ட தொலைவிலிருந்து வரும் வாலுடு கதிர்வளை நெருங்கும்போதோ ஆல்பாத்துகள் அணுக்கருவை நெருங்கும்போதோ, நிகழ்வதை விவரிப்பது மேலும் ஆழமானது. இங்கு, விசை தொலைவிலிருந்தே செயலாற்றுகிறது. அதனை சிதறல் என்று அழைக்கின்றோம். மோதலுக்குப்பின் இரு பொருள்களும் எந்த வேகத்திலும் திசையிலும் பயணிக்கின்றன என்பதை அதன் தொடக்க வேகம், அவற்றிடையான இடைவினையின் தன்மை, அவற்றின் நிறைகள், வடிவங்கள், அளவுகள் ஆகிய அனைத்தும் சேர்ந்து தீர்மானிக்கின்றன.

### சுருக்கவுரை

1. மொத்த நிகர விசை செய்யும் வேலை இயக்கவாற்றலின் மாற்றத்துக்கு சமம் என்று வேலையாற்றலின் தேற்றம் உரைக்கிறது. அதாவது  $K_f - K_i = W_{net}$
2. வேலை பாதையை சாராமல் பாதையின் நுனிகளை ( $x_i, x_f$ ) மட்டும் சார்ந்திருந்தால், அங்கு செயலாற்றும் விசை பாதைசாரா விசை. பாதைசாராவிசை மூடிய பாதையில் செய்யும் வேலை சுழியம்.
3. ஒற்றைப்பருமானத்தில் பாதைசாரா விசைக்கு  $F(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$  என்றும்  $V_i - V_f = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$  என்றும் இருக்கும்படி  $V(x)$  என்ற இயன்மவாற்றலை வரையறுக்கலாம்.

4. விசைகள் பாதைசாராதவையாக இருந்தால் அமைப்பின் மொத்த எந்திரவாற்றல் மாறிலி. இது எந்திரவாற்றலின் அழியாக்காப்பு.
5. புவியின் பரப்புக்கருகில்,  $x$  உயரத்தில்,  $m$  நிறையுள்ள ஒரு பொருளின் புவியீர்ப்பியன்மவாற்றல்  $V(x) = m g x$ . இங்கு புவிப்பரப்புக்கு அருகில் இருப்பதால்  $h$  உடன்  $g$  மாறுபடுவதை புறக்கணிக்கிறோம்.
6. ஒரு விறகருளின் மீண்ம இயன்மவாற்றல்  $V(x) = \frac{1}{2} k x^2$ . இங்கு  $x$  இழுக்கப்பட்ட தொலைவு,  $k$  விசைமாறிலி.
7. இரண்டு திசையன்களின்  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  புள்ளிப்பெருக்கலை (திசையிலிப்பெருக்கலை)  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$  என்று எழுதுகிறோம். இது ஒரு திசையிலி; அதன் மதிப்பு  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$ . இங்கு  $\theta$  திசையன்களிடையான கோணம். இதன் மதிப்பைப்பொறுத்து திசையிலிப்பெருக்கலின் மதிப்பு நேர்மமாகவோ எதிர்மமாகவோ சுழியமாகவோ இருக்கலாம். இரண்டு திசையன்களின் திசையிலிப்பெருக்கலை முதல் திசையனின் பருமனளவுக்கும் முதல் திசையனின் திசையில் இரண்டாவது திசையனின் அகைக்குமான பெருக்கலாக பொருளுணரலாம் அலகுத்திசையன்களின் திசையிலிப்பெருக்கல்கள்:

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1, \quad \hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$$

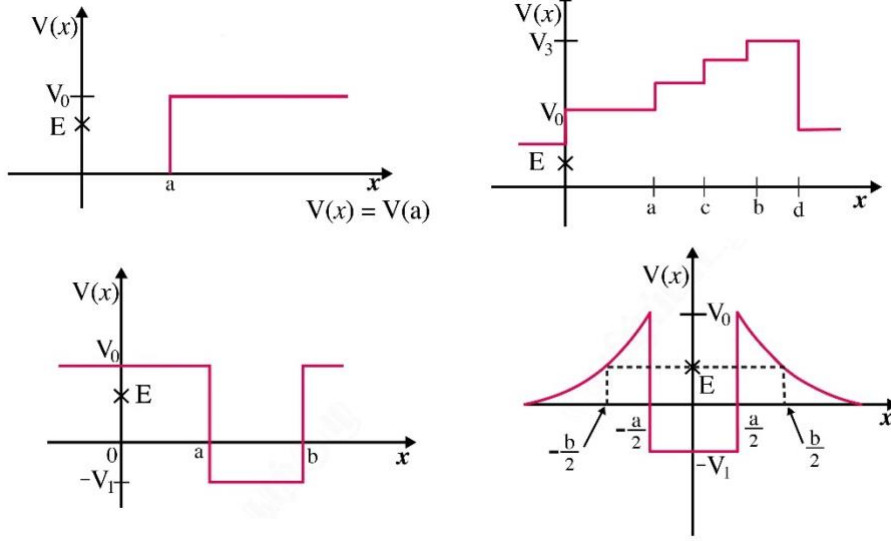
திசையிலிப் பெருக்கல் முறைமைமாற்றுவதிக்கும் பரவுமவிதிக்கும் கீழ்ப்படிவிறது.

இயலளவு	அடையாளம்	பருமானம்	அலகுகள்	குறிப்புரை
வேலை	$W$	$[ML^2T^{-2}]$	$J$	$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d}$
இயக்கவாற்றல்	$K$	$[ML^2T^{-2}]$	$J$	$K = \frac{1}{2} m v^2$
இயன்மவாற்றல்	$V(x)$	$[ML^2T^{-2}]$	$J$	$F(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$
எந்திரவாற்றல்	$E$	$[ML^2T^{-2}]$	$J$	$E = K + V$
விசைமாறிலி	$k$	$[MT^{-2}]$	$N \cdot m^{-1}$	$F = -kx$ $V(x) = \frac{1}{2} k x^2$
திறன்	$P$	$[ML^2T^{-3}]$	$W$	$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{V}$ $P = \frac{dW}{dt}$

### பயிற்சிகள்

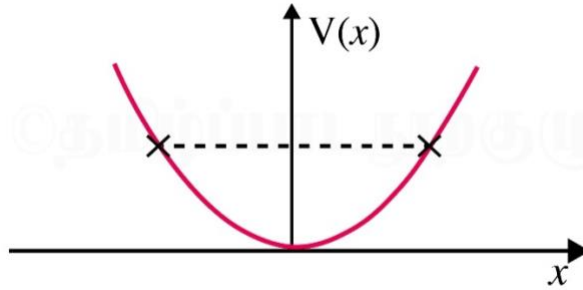
- 6.1 ஒரு பொருளில் ஒரு விசை செய்யும் வேலையின் குறியை புரிந்துகொள்வது முக்கியம். கீழ்க்காணும் அளவுகள் நேர்மமா எதிர்மமா என்பதை கவனமாக உரைக்க.
  - a. கிணற்றிலிருந்து ஒரு வாளியை அதனுடன் கட்டப்பட்ட கயிற்றின் உதவியால் தூக்கும்போது ஒரு மனிதன் செய்யும் வேலை
  - b. மேலுள்ள செயலில் புவியீர்ப்பின் விசை செய்யும் வேலை
  - c. ஒரு சாய்தளத்தில் சறுக்கும் பொருளின்மீது உராய்வு செய்யும் வேலை
  - d. ஒரு சொரசொரப்பான தளத்தில் சீரான திசைவேகத்தில் அசையும் பொருளின்மீது செலுத்திய விசை செய்யும் வேலை
  - e. ஒரு அதிரும் ஊசலியை நிறுத்த வளியின் தடையவிசை செய்யும் வேலை
- 6.2 தொடக்கத்தில் ஓய்விலுள்ள  $2 \text{ kg}$  நிறையுள்ள ஒரு பொருள் கிடைமட்டமாக செலுத்திய  $7 \text{ N}$  விசையின் செயலால்  $0.1$  நகர்வுராய்வுக்கெழுவுள்ள மேசையின்மீது அசைகிறது.
  - a. செலுத்திய விசை  $10 \text{ s}$  இல் செய்யும் வேலை
  - b. உராய்வு  $10 \text{ s}$  இல் செய்யும் வேலை
  - c. பொருளின்மீதான நிகர விசை  $10 \text{ s}$  இல் செய்யும் வேலை
  - d. பொருளின் இயக்கவாற்றலில்  $10 \text{ s}$  இல் ஏற்படும் மாற்றம் ஆகியவற்றை கணக்கிட்டு விளைவுகளை விளக்குக.

6.3 படம் 6.11 ஒற்றைப்பருமானத்தில் சில இயன்மவாற்றற்சார்பன்களின் சான்றுகளை காட்டுகிறது. துகளின் மொத்த ஆற்றலை ஒருங்களவச்சில் ஒரு பெருக்கற்குறி (X) காட்டுகிறது. ஒவ்வொரு வேற்றுவத்திலும் குறிப்பிட்ட ஆற்றலுக்கு துகளை காணவியலாத வட்டாரங்கள் ஏதும் இருந்தால் அவற்றை குறித்துக்காட்டுக. ஒவ்வொரு வேற்றுவத்திலும் துகளின் மீக்குறைந்த மொத்த ஆற்றலையும் காட்டுக. இயல்வாழ்வில் இந்த இயன்மவாற்றற்சார்பன்கள் பொருந்தும் எளிய நிலைமைகளை எண்ணிப்பார்க்க.



படம் 6.11

6.4 நேரிய எளிய ஒத்திசையசைவை மேற்கொள்ளும் ஒரு துகளின் இயன்மவாற்றற்சார்பன்  $V(x) = kx^2/2$ ; இங்கு,  $k$  அலைவியின் விசைமாறிலி.  $k = 0.5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  என்ற மதிப்புக்கு  $x$ க்கு எதிராக  $V(x)$ இன் வரைபடத்தை படம் 6.12காட்டுகிறது. இந்த இயன்மவாற்றலின்கீழ்  $1 \text{ J}$  மொத்த ஆற்றலுடன் அசையும் ஒரு துகள் 'திரும்பவேண்டிய' நேரம் அது  $\pm 2 \text{ m}$  அடையும்போது என்று காட்டுக.

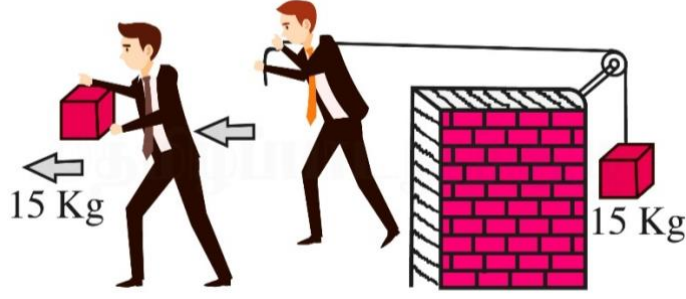


படம் 6.12

6.5 கீழ்க்காண்பவற்றுக்கு விடையளிக்க.

- ஒரு ஏலூர்தியின் வெளியுறை பறப்பின்போது உராய்வால் எரிகிறது. இந்த எரிதலுக்கு தேவையான வெப்ப ஆற்றல் யாரது செலவில் கிடைக்கிறது, ஏலூர்தியின் செலவிலா, வளிக்கோளத்தின் செலவிலா?
- வாலுடுக்கள் கதிரவனைச்சுற்றி மிகவும் நீள்வட்டப்பாதைகளில் அசைகின்றன. பொதுவாக வாலுடுவின்மீதான கதிரவனின் நிறையீர்ப்புவிசை வாலுடுவின் திசைவேகத்துக்கு செங்கோட்டில் இருப்பதில்லை. எனினும் வாலுடுவின் ஒவ்வொரு சுழற்சியிலும் செய்யும் வேலை சுழியம். ஏன்?
- மிகவும் அடர்திறைந்த வளிக்கோளத்தில் புவியைச்சுற்றிவரும் ஒரு செயற்கைக்கோள் வளிக்கோளத் தடையத்துக்கு எதிரான வெளிக்கசிவால் (சிறிதாயிருப்பினும்) ஆற்றலை இழக்கிறது. அப்படியெனில் அது படிப்படியாக புவியின் அருகில் வரும்போது அதன் வேகம் அதிகரிப்பது ஏன்?
- படம் 6.13(அ)வில் ஒரு மனிதன் தன் கையில்  $15 \text{ kg}$  நிறையை சுமந்துகொண்டு  $2 \text{ m}$  நடக்கிறான். அவன் படம் 6.13(ஆ)வில் ஒரு கயிற்றை இழுத்துக்கொண்டு அதே தொலைவுக்கு நடக்கிறான். கயிறு

ஒரு கப்பியின்வழி செல்கிறது. அதன் மறுநுனியில் 15 g நிறை தொங்குகிறது. எந்த வேற்றுவத்தில் மனிதன் செய்யும் வேலை அதிகம்?



படம் 6.13

6.6 சரியான தேர்வை அடிக்கோடிடுக.

- ஒரு பாதைசாரா விசை ஒரு பொருளின்மீது நேர்ம வேலையை செய்யும்போது பொருளின் இயன்மவாற்றல் அதிகரிக்கிறது / குறைகிறது / மாறாமலிருக்கிறது.
- ஒரு பொருள் உராய்வுக்கு எதிராக செய்யும் வேலை எப்போதும் அதன் இயக்கவாற்றலின் / இயன்ம வாற்றலின் இழப்பை விளைவிக்கிறது.
- ஒரு பலதுகளமைப்பின் மொத்தவுந்தம் மாறும் வீதம் புறவிசையின் / அகவிசைகளின் கூட்டுத்தொகையின் விழுக்காட்டில் இருக்கிறது.
- இரண்டு பொருள்களின் மீண்மமோதலுக்குப்பின் மாறாமலிருப்பது இருபொருளமைப்பின் மொத்த இயக்கவாற்றல் / மொத்த நேரியவுந்தம் / மொத்த ஆற்றல்.

6.7 கீழ்க்காணும் ஒவ்வொரு கூற்றும் மெய்யா பொய்யா என்றுரைக்க. விடைக்கு காரணங்கூறுக.

- இரண்டு பொருள்களின் மீண்மமோதலில், ஒவ்வொரு பொருளின் உந்தமும் ஆற்றலும் அழியாக்காப்புறுகிறது.
- பொருளின்மீது எவ்விதமான அகவிசையும் புறவிசையும் இருப்பினும் ஒரு அமைப்பின் மொத்த ஆற்றல் எப்போதும் அழியாக்காப்புறுகிறது.
- இயற்கையின் எந்த விசைக்கும், ஒரு பொருளின் மூடிய சுழலில் அசைவின்போது செய்யப்படும் வேலை சுழியம்.
- ஒரு குறைமீண்மமோதலில் அமைப்பின் இறுதியியக்கவாற்றல் தொடக்கயியக்கவாற்றலைவிட எப்போதும் குறைவானது.

6.8 காரணங்களுடன் கவனமாக விடையளிக்க.

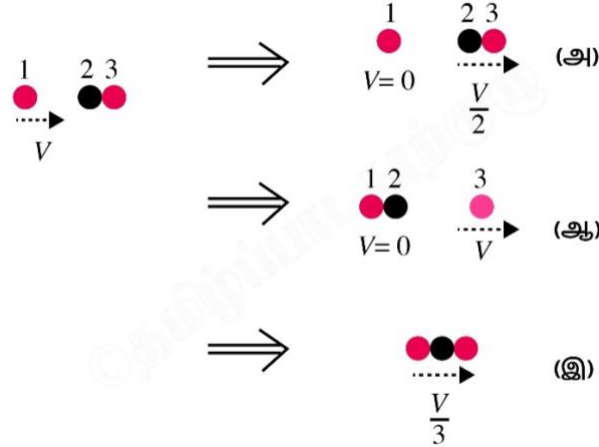
- இரண்டு பில்லியட்டுப்பந்துகளின் மீண்மமோதல் நிகழும் குறுகிய நேர இடைவெளியில் (அதாவது அவை தொடுகையிலிருக்கும்போது) மொத்த இயக்கவாற்றல் அழியாக்காப்புறுகிறதா?
- இரண்டு பந்துகளின் மீண்மமோதலின் குறுகிய நேர இடைவெளியில் நேரியவுந்தம் அழியாக்காப்புறுகிறதா?
- ஒரு குறைமீண்மமோதலில் (a)க்கும் (b)க்கும் விடைஎன்ன?
- இரண்டு பில்லியட்டுப்பந்துகளின் இயன்மவாற்றல் அவற்றின் மையங்களிடையான தொலைவை மட்டுமே சார்ந்திருந்தால், மோதல் மீண்மமானதா குறைமீண்மமானதா? (குறிப்பு: இங்கு நாம் மோதலின்போதுள்ள விசையின் இயன்மவாற்றலையே கருதுகிறோம்; புவியீர்ப்பின் இயன்மவாற்றலை கருதவில்லை.)

6.9 ஒரு பொருள் தொடக்கத்தில் ஓய்விலிருக்கிறது. அது மாறிலியான முடுக்கத்தில் ஒற்றைப்பருமான அசைவை மேற்கொள்கிறது. அதற்கு வழங்கப்படும் திறன்  $t$  என்ற நேரத்தில் (அ)  $t^{\frac{1}{2}}$  இன் (ஆ)  $t$  யின் (இ)  $t^{\frac{3}{2}}$  இன் (ஈ)  $t^2$  இன் விழுக்காட்டில் இருக்கிறது.

6.10 ஒரு மாறிலியான திறன்மூலத்தின் செயலால் ஒரு பொருள் ஒற்றைத்திசையில் அசைகிறது. அதன் இடப்பெயர்ச்சி  $t$  என்ற நேரத்தில் (அ)  $t^{\frac{1}{2}}$  இன் (ஆ)  $t$  யின் (இ)  $t^{\frac{3}{2}}$  இன் (ஈ)  $t^2$  இன் விழுக்காட்டில் இருக்கிறது.

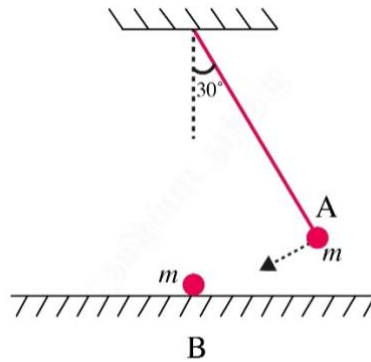
6.11 ஒரு ஒருங்களவமைப்பின்  $z$  அச்சில் அசையும்படி கட்டுறுத்தப்பட்ட ஒரு பொருள்  $\mathbf{F} = -i + 2j + 3k \text{ N}$  என்ற ஒரு மாறிலியான விசைக்கு உள்ளாகிறது; இங்கு  $i, j, k$  ஆகியவை அமைப்பின் முறையே  $x, y, z$  அச்சுகளுக்கு நேரான அலகுத்திசையன்கள். இந்த பொருளை  $z$  அச்சுக்குநேராக  $4 \text{ m}$  அசைப்பதில் இந்த விசை செய்யும் வேலை என்ன?

- 6.12 ஒரு விண்வெளிக்கதிர்ப்பரிசோதனையில் ஒரு எதிர்மின்னியையும் நேர்மின்னியையும் முறையே  $10 \text{ keV}$ ,  $100 \text{ keV}$  ஆகிய ஆற்றல்களுடன் துய்யறிகிறோம். எது அதிகவிரைவானது, எதிர்மின்னியா நேர்மின்னியா? அவற்றின் வேகங்களின் விகிதத்தை பெறுக. (எதிர்மின்னியின் நிறை  $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ , நேர்மின்னியின் நிறை  $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$ .)
- 6.13  $2 \text{ mm}$  விட்டமுள்ள ஒரு மழைத்துளி தரையிலிருந்து  $500 \text{ m}$  உயரத்திலிருந்து விழுகிறது. அது தன் தொடக்க உயரத்தில் பாதிவரை குறையும் முடுக்கத்துடன் (வளியின் பாகுமத்தடையத்தால்) விழும் மீப்பெருமத்திசைவேகத்தை (முற்றுத்திசைவேகத்தை) அடைந்து அதன்பின் சீரான வேகத்தில் விழுகிறது. இதன் பயணத்தின் முதற்பாதியிலும் இரண்டாம்பாதியிலும் துளியின் மீது புவியீர்ப்புவிசை செய்யும் வேலை என்ன? தரையை அடையும்போது அதன் வேகம்  $10 \text{ m s}^{-1}$  எனில், முழுப்பயணத்திலும் தடையவிசை செய்யும் வேலை என்ன?
- 6.14 ஒரு வளிமக்கலனிலுள்ள மூலக்கூறு ஒரு கிடைமட்டச்சுவரில்  $200 \text{ m.s}^{-1}$  வேகத்திலும் செங்கோட்டிலிருந்து  $30^\circ$  கோணத்திலும் மோதி அதே வேகத்துடன் பின்றெறிக்கிறது. இந்த மோதலில் உந்தம் அழியாக்காப்புறுகிறதா? இது மீண்மமோதலா குறைமீண்மமோதலா?
- 6.15 ஒரு கட்டடத்தின் தரைமட்டத்திலுள்ள ஒரு எக்கி  $30 \text{ m}^3$  பருமனுள்ள ஒரு தொட்டியை  $15$  நிமிடங்களில் நிரப்பவல்லது. எக்கி தரையிலிருந்து  $40 \text{ m}$  உயரத்திலும் எக்கியின் பயன்றிறன்  $30\%$  ஆகவும் இருந்தால், எக்கி எவ்வளவு மின்றிறனை நுகர்கிறது?
- 6.16 ஒரு உராய்வற்ற மேசையின்மீது ஒன்றுடனொன்று தொட்டுக்கொண்டு ஓய்விலிருக்கும் இரண்டு முற்றொருமையான மணித்தாங்கிகளின்மீது அதே நிறையுள்ள மற்றொரு மணித்தாங்கி  $V$  என்ற தொடக்கவேகத்தில் மோதுகிறது. மோதல் மீண்மமானது எனில் படம் 6.14இல் காட்டியவற்றுள் எந்த விளைவு மோதலுக்குப்பின் சாத்தியமானது?



படம் 6.14

- 6.17 நெடுநிற்பத்திலிருந்து  $30^\circ$  கோணத்திலிருந்து விடப்பட்ட  $A$  என்ற ஒரு ஊசலிக்குண்டு மேசையில் ஓய்விலிருக்கும் அதே நிறையுள்ள  $B$  என்ற மற்றொரு குண்டில் படம் 6.15இல் காட்டியபடி மோதுகிறது. மோதலுக்குப்பின்  $A$  எவ்வளவு உயரத்துக்கு எழும்? குண்டுகளின் அளவை புறக்கணித்து, மோதல் மீண்மமானது எனக்கொள்க.

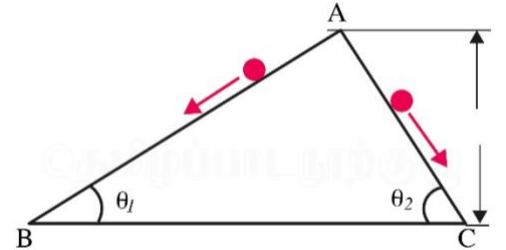


படம் 6.15

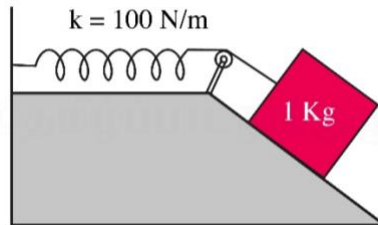
- 6.18 ஒரு ஊசலியின் குண்டை கிடைமட்ட இடநிலையிலிருந்து விடுகிறோம். ஊசலியின் நீளம்  $1.5 \text{ m}$ . ஊசலி மீத்தாழ்ந்த புள்ளியை வந்தடைவதற்குள் தொடக்க ஆற்றலின் 5%ஐ வளித்தடையத்தால் இழக்கிறது எனில், அந்தப்புள்ளியில் அதன் வேகம் என்ன?
- 6.19  $300 \text{ kg}$  நிறையுள்ள ஒரு தள்ளுவண்டி  $25 \text{ kg}$  மணற்பையை சுமந்துகொண்டு ஒரு உராய்வற்ற சுவட்டில் சீரான  $27 \text{ km/h}$  வேகத்தில் அசைகிறது. சிறிது நேரத்தில் வண்டியின் தரையிலுள்ள ஒரு ஓட்டையின்வழி மணல்  $0.05 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$  வீதத்தில் ஒழுகத்தொடங்குகிறது. மணற்பை முற்றிலும் காலியாகும்போது தள்ளுவண்டியின் வேகம் என்ன?
- 6.20  $0.5 \text{ kg}$  நிறையுள்ள ஒரு பொருள் ஒரு நேர்க்கோட்டில்  $v = ax^{3/2}$  என்ற திசைவேகத்தில் பயணிக்கிறது; இங்கு  $a = 5 \text{ m}^{-1/2} \cdot \text{s}^{-1}$ . அதன்  $x = 0$  த்திலிருந்து  $x = 2 \text{ m}$  வரையான இடப்பெயர்ச்சியின்போது நிகர விசை செய்யும் வேலை என்ன?
- 6.21 ஒரு காற்றாலையின் தகடுகள்  $A$  பரப்பளவுள்ள ஒரு வட்டத்தை வீசுகின்றன. காற்று வட்டத்துக்கு செங்குத்தாக  $v$  திசைவேகத்தில் வீசினால் (அ) அதன்வழி  $t$  நேரத்தில் செல்லும் வளியின் நிறை என்ன? (ஆ) வளியின் இயக்கவாற்றல் என்ன? (இ) காற்றாலை காற்றின் ஆற்றலில் 25%ஐ மின்னாற்றலாக மாற்றுகிறது எனவும்  $A = 30 \text{ m}^2$ ,  $v = 36 \text{ km/h}$ , வளியின் அடர்வு  $1.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  எனவும் கொள்க. உற்பத்தியாகும் மின்ற்றன் என்ன?
- 6.22 எடைகுறைய விரும்பும் ஒருவர்  $10 \text{ kg}$  நிறையை ஒவ்வொரு முறையும்  $0.5 \text{ m}$  உயரத்துக்கு ஆயிரம் முறை தூக்குகிறார். ஒவ்வொருமுறை நிறையை கீழிறக்கும்போதும் இயன்மவாற்றல் வெளிக்கிடுகிறது என்ற எடுகோளுடன், (அ) புவிபீர்ப்புவிசைக்கு எதிராக எவ்வளவு வேலை செய்கிறார்? (ஆ) ஒரு கிகி கொழுப்பு  $3.8 \times 10^7 \text{ J}$  ஆற்றலை வழங்குகிறது. இது 20% பயன்றின்வீதத்துடன் எந்திரவாற்றலாக மாறுகிறது. எடைகுறைவர் எவ்வளவு கொழுப்பை பயன்படுத்துகிறார்?
- 6.23 ஒரு குடும்பம்  $8 \text{ kW}$  திறனை நுகர்கிறது. (அ) நேரடியான கதிரவாற்றல் கிடைமட்டப்பரப்பில் ஒரு சதுரமீட்டருக்கு  $200 \text{ W}$  வீதத்தில் விழுகிறது. இந்த ஆற்றலின் 20%த்தை பயனுள்ள மின்னாற்றலாக மாற்றவியலும் எனில்,  $8 \text{ kW}$ ஐ வழங்க எவ்வளவு பரப்பளவு தேவையிருக்கும்? (ஆ) இந்த பரப்பளவை ஒரு சராசரி வீட்டின் கூரையின் பரப்பளவுடன் ஒப்பிடுக.

மேலும் பயிற்சிகள்

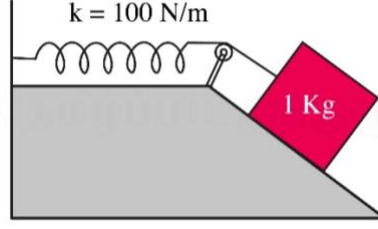
- 6.24  $0.012 \text{ kg}$  நிறையும்  $70 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  கிடைமட்ட வேகமுமுள்ள ஒரு எய்விக்குண்டு  $0.4 \text{ kg}$  நிறையுள்ள ஒரு மரக்கட்டியை தாக்கி உடனடியாக மரக்கட்டியின் ஒப்பீட்டில் ஓய்வுக்கு வருகிறது. கட்டி கூரையிலிருந்து மெல்லிய கம்பியால் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. கட்டி எழும் உயரத்தை கணக்கிடுக. கட்டியில் உண்டாகும் வெப்பத்தின் அளவையும் கணக்கிடுக.
- 6.25 இரண்டு உராய்வற்ற சாய்தளங்கள் ஒன்று அதிகச்சாய்வுடனும் மற்றது குறைந்த சாய்வுடனும் படம் 6.16இல் காட்டியவாறு  $A$  என்ற புள்ளியில் சந்திக்கின்றன. இந்த புள்ளியிலிருந்து ஒவ்வொரு சாய்தளத்திலும் ஒரு கல்லை ஓய்விலிருந்து சறுக்கவிடுகிறோம். கற்கள் ஒரே நேரத்தில் அடியை அடைகின்றனவா? ஒரே வேகத்தில் வந்தடைகின்றனவா? விளக்குக.  $\theta_1 = 30^\circ$ ,  $\theta_2 = 60^\circ$ ,  $h = 10 \text{ m}$  எனில், இரண்டு கற்களின் வேகங்களும் அவை எடுக்கும் நேரங்களும் யாவை?



படம் 6.16

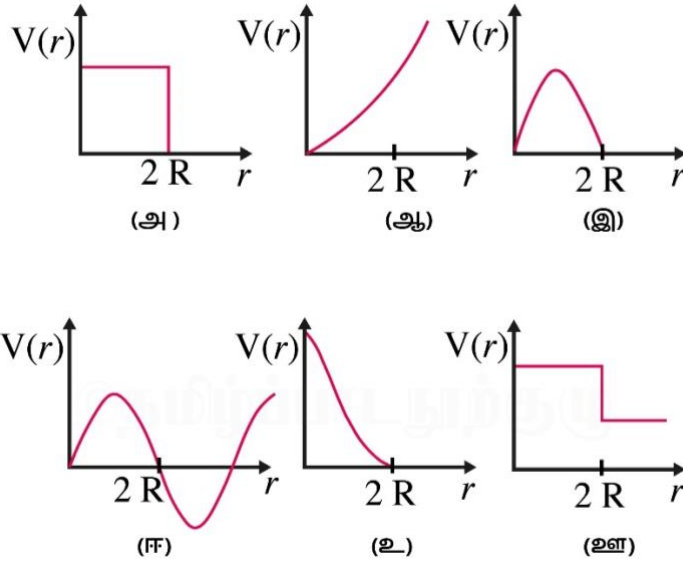


- 6.26 படம் 6.17இல் காட்டியபடி,  $1 \text{ kiki}$  நிறையுள்ள ஒரு கட்டியை  $100 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  விசைமாறிலி உள்ள ஒரு விற்சுருளுடன் இணைத்து ஒரு சொரசொரப்பான சாய்தளத்தில் வைக்கிறோம். விற்சுருள் நீட்சியற்ற நிலையிலிருக்கும்போது கட்டியை ஓய்வுநிலையிலிருந்து விடுவிக்கிறோம். கட்டி சாய்தளத்தில்  $10 \text{ cm}$  இறங்கி நிற்கிறது. கட்டிக்கும் சாய்தளத்துக்குமிடையில் உராய்வுக்கெழுமை காண்க. விற்சுருள் புறக்கணிக்கத்தக்க நிறையுள்ளது எனவும் கப்பி உராய்வற்றது எனவும் கொள்க.



படம் 6.17

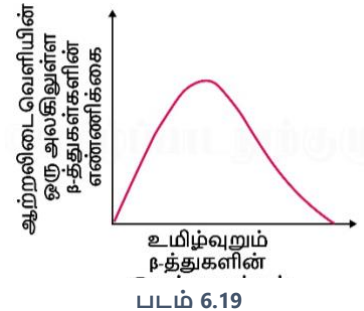
- 6.27  $0.3 \text{ kg}$  நிறையுள்ள ஒரு மறையாணி  $7 \text{ m.s}^{-1}$  வேகத்தில் கீழிறங்கும் ஒரு உயர்த்தியின் கூரையிலிருந்து விழுகிறது. அது உயர்த்தியின் தரையில் (உயர்த்தியின் உயரம்  $3 \text{ m}$ ) பட்டபின் பின்றெறிக்கவில்லை. இந்த தாக்கத்தால் உண்டாகும் வெப்பம் எவ்வளவு? உயர்த்தி அசையாமலிருந்தால் விடை வேறுபடுமா?
- 6.28  $200 \text{ kg}$  நிறையுள்ள ஒரு தள்ளுவண்டி ஒரு உராய்வற்ற சுவட்டில் சீரான  $36 \text{ km/h}$  வேகத்தில் அசைகிறது.  $20 \text{ kg}$  நிறையுள்ள ஒரு பிள்ளை வண்டியின் ஒரு நுனியிலிருந்து மறுநுனிக்கு ( $10 \text{ m}$ ) வண்டியின் அசைவுக்கு எதிர்த்திசையில் வண்டியின் ஒப்பீட்டில்  $4 \text{ m.s}^{-1}$  வேகத்தில் ஓடி வண்டிக்கு வெளியே குதிக்கிறது. வண்டியின் இறுதிவேகம் என்ன? பிள்ளை ஓடத்தொடங்கிய நேரத்திலிருந்து வண்டி எவ்வளவு தொலைவு நகர்ந்திருக்கிறது?
- 6.29 கீழ்க்காணும் படம் 6.18இலுள்ள இயன்மவாற்றல்வளைவரைகளுள் எவை இரண்டு பில்லியட்டுப்பந்துகளின் மீண்மமோதல்களை விவரிக்கவியலாது? இங்கு  $r$  இரண்டு பந்துகளின் மையங்களிடையான தொலைவு.



படம் 6.18

- 6.30 ஓய்விலிருக்கும் தனித்த நொதுமியின் சிதைவை கருதுக.  $n \rightarrow p + e^-$ . இவ்வகையான இருபொருட்சிதைவு நிலையான ஆற்றலுள்ள ஒரு எதிர்மின்னியை வழங்கவேண்டும் என்பதால் நொதுமியின் (அணுக்கருவின்)  $\beta$  சிதைவில் நாம் கண்டறியும் ஆற்றலின் தொடர்ச்சியான பரவலை (படம் 6.19) இது விளக்கவில்லை என்று காட்டுக.

[குறிப்பு: பீற்றாச்சிதைவின் விளைபொருள்களில் ஒரு மூன்றாவது துகள் அடங்கியிருக்கவேண்டும் என்பதற்காக உ. பாலி முன்வைத்த பல விவாதங்களுள் இந்த பயிற்சியின் எளிய விளைவும் ஒன்று. இந்த துகளை இப்போது நுண்ணொதுமி ( $\nu$ ) என்றழைக்கிறோம். இதன் தற்சூழல்  $\frac{1}{2}$  ( $e^-, p, n$  ஆகியவற்றுக்கு இருப்பதுபோல்); ஆனால் இது நடுவமானது. இது நிறையற்றது என்று கருதுமளவுக்கு இதன் எடை மிகச்சிறிது (எதிர்மின்னிநிறையின் ஒப்பீட்டில்). இது பருப்பொருளுடன் மிகவும் வலுகுறைவாக இடைவினையாற்றுகிறது. நொதுமியின் சரியான சிதைவுநிகழ்முறை  $n \rightarrow p + e^- + \nu$ .



படம் 6.19

## பிற்சேர்க்கை 6.1 நடக்கும்போது திறனுக்ரவு

கீழ்க்காணும் அட்டவணை 60 kg நிறையுள்ள ஒரு மனித முதுவர் தோராயமாக செலவிடும் திறனை பட்டியலிடுகிறது.

செயல்	திறன் (W)
உறங்கல்	75
மெதுவாக நடத்தல்	200
மிதிவண்டியோட்டல்	500
இதயத்துடிப்பு	1.2

எந்திரவிய வேலையை நாம் அன்றாட வாழ்வில் பயன்படுத்தும் வேலை என்ற பொருளுடன் குழப்பக்கூடாது. தலையில் மிகவும் கனமான சுமையுடன் நின்றிருக்கும் ஒரு மனிதர் விரைவில் களைப்படையலாம். ஆனால் இதில் எந்திரவியவேலை ஈடுபடவில்லை. இதனால் இயல்பான மனிதச்செயல்களில் எந்திரவியவேலையை மதிப்பிடவியலாது என்று பொருளில்லை.

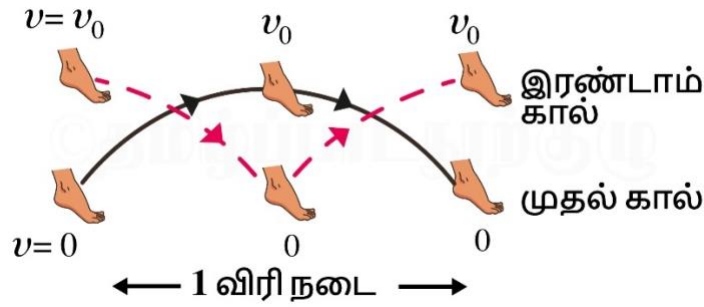
ஒரு மனிதர்  $v$  என்ற சீரான வேகத்துடன் நடப்பதை கருதுக. அவர் செய்யும் எந்திரவியவேலையை வேலையாற்றற்றேற்றத்தின் உதவியால் எளிதாக மதிப்பறியலாம். எடுகோள்கள்:

(அ) நடக்கும்போது செய்யும் பெருமளவான வேலை ஒவ்வொரு அடியின்போது கால்களை முடுக்குவதாலும் வேகங்குறைப்பதாலும் நிகழ்கிறது (காண்க படம் 6.20).

(ஆ) வளித்தடையத்தை புறக்கணிக்க.

(இ) கால்களை புவியீர்ப்புக்கு எதிராக தூக்குவதற்கான சிறு வேலையை புறக்கணிக்க.

(ஈ) நடக்கும்போது பொதுவாக நிகழும் கைவீசல் போன்றவற்றை புறக்கணிக்க.



படம் 6.20 நடக்கும்போது ஒரு ஒற்றையடியின் படவிலக்கம். ஒரு கால் மீப்பெருமமாக தரையிலிருந்து உயர்ந்திருக்கும்போது மற்ற கால் தரையிலும் திருப்பியவாறும் உள்ளன.

படத்தில் கண்டவாறு, ஒவ்வொரு அடியின்போதும் காலை ஓய்விலிருந்து நடையின் வேகத்துக்கு தோராயமாக சமமாகும் ஒரு வேகத்துக்கு கொண்டுவந்து பிறகு ஓய்வுக்கு கொண்டுவருகிறோம்.

வேலையாற்றற்றேற்றத்தின்படி ஒவ்வொரு அடியிலும் ஒரு கால் செய்யும் வேலை  $mv^2$ . இங்கு  $m$  காலின் நிறை.

ஒரு தசைத்தொகுதி காலை ஓய்விலிருந்து  $v$  என்ற வேகத்துக்கு கொண்டுவர  $mv^2$  ஆற்றல் தேவைப்படுவதுபோல் மற்றொரு தசைத்தொகுதி காலை  $v$  வேகத்திலிருந்து ஓய்வுக்கு கொண்டுவர மேலும்  $mv^2$  ஆற்றல் தேவைப்படுகிறது என்பதை நோக்குக. எனவே, ஓரடியில் இரண்டு கால்களும் செய்யும் மொத்த வேலை (படத்தை கவனமாக நோக்குக.)

$$W = 2mv^2 \quad (6.43)$$

காலின் நிறை 10 kg எனவும் மெதுவாக ஓடும் வேகம் 10 km/h (அதாவது 3 m.s<sup>-1</sup>) எனவும் கொண்டு

$$W = 180 J \text{ அடிக்கு}$$

என்று காண்கிறோம். ஒரு அடியின் நீளம் 2 m எனில், 3 m.s<sup>-1</sup> என்ற வேகத்தில் ஒருவர் நொடிக்கு 1.5 அடிகளை எடுத்துவைக்கிறார். எனவே, செலவிடும் திறன்

$$P = 180 \frac{J}{\text{அடி}} \times 1.5 \frac{\text{அடி}}{\text{நொடி}} = 270 W$$

இது ஒரு குறைந்த மதிப்பீடு என்பதை நாம் உணரவேண்டும். கைவீசல், வளித்தடையம் போன்ற திறனிழப்பின் பல வழிகளை நாம் புறக்கணித்திருக்கிறோம்.

நாம் இங்கு ஈடுபடும் விசைகளை கருதவில்லை என்பது ஆர்வமானது. இவை முக்கியமாக உராய்வுவிசையும் கால்களில் உடலின் மற்றப்பகுதிகளின் தசைகள் செலுத்தும் விசைகளும். இந்த விசைகளை மதிப்பிடுவது கடினம். நிலைமவுராய்வு இங்கு வேலையை செய்யவில்லை. தசைகள் செய்யும் வேலையை வேலையாற்றற்றேற்றத்தால் மதிப்பிடும் சாத்தியமற்ற அலுவலை நாம் எடுத்துக்கொள்ளவில்லை. சக்கரத்தின் நன்மைகளையும் நாம் உணரலாம். பாலூட்டிகளின் இடமசைவில் நிகழும் தொடக்கமும் நிறுத்தமும் இல்லாமல் சக்கரம் சீரான இடமசைவை அனுமதிக்கிறது.